

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая
тетрадь

АЛГЕБРА

КЛАСС
7

Часть 1


ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

7

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 1

3-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой, под редакцией С. А. Теляковского.

Учебное издание

Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкова Инга Соломоновна

АЛГЕБРА
Рабочая тетрадь
7 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций
В двух частях
Часть 1

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Е. А. Андреевкова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *И. В. Губиной*
Технический редактор и верстальщик *Т. М. Якутович*
Корректоры *Л. С. Александрова, А. К. Райхчин, Е. Д. Светозарова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000.
Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 20.06.13. Формат
70×90 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 3,31.
Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 37008 (П-Вм).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале «Смоленский полиграфический комбинат»
ОАО «Издательство «Высшая школа».
214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.
Тел.: +7 (4812) 31-11-96. Факс: +7 (4812) 31-31-70
E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>

ISBN 978-5-09-032016-0 (1)
ISBN 978-5-09-032017-7 (общ.)

© Издательство «Просвещение», 2011
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2011
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 7» авторов Ю. Н. Макарычева и др., под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

Рабочая тетрадь включает 40 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Она представлена в двух частях. В первую часть вошли работы, относящиеся к первым трём главам учебника: «Выражения, тождества, уравнения», «Функции», «Степень с натуральным показателем». Во вторую часть вошли работы, относящиеся к трём последующим главам: «Многочлены», «Формулы сокращённого умножения», «Системы линейных уравнений».

Каждая работа состоит из двух разделов. В разделе I содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. В разделе II включены более сложные задания, выполнение которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировав его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обводя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнения или системы уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь предоставляет широкие возможности для организации классной и домашней работы учащихся.



1.

ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

I

1. Выполните действия:

а) $\frac{5}{24} - \frac{1}{6} =$

б) $2\frac{1}{3} : (-7) =$

в) $0,03 \cdot \frac{1}{3} =$

г) $0,21 : \frac{7}{9} =$

2. Проверьте, верно ли равенство:

$$8,16 \cdot (-0,5) + 5 = 1,92$$

$$8,16 \cdot (-0,5) + 5 = -4,08 + 5 = 0,92 \neq 1,92$$

а) $\left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-24) - 7,8 = 0,2;$

б) $\left(-\frac{1}{7}\right) \cdot (-0,98) - 0,6 = -0,8;$

в) $-6,18 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) + 1,07 = 2,1.$

Ответ: верными являются равенства

3. Найдите значение выражения:

а) $10,4 - 3 \cdot \left(5\frac{1}{4} - 2,15\right) =$

б) $8,4 \cdot 0,5 + 3,8 : (-1,9) =$

1) $5\frac{1}{4} - 2,15 = 5,25 - 2,15 = 3,1;$

2)

3)

в) $8,6 : (45 - 6,2 : 0,31) =$

г) $1\frac{1}{11} \cdot (2,08 + 1) - 3 =$

.....

.....

.....

4. Запишите в виде выражения и найдите его значение:

а) произведение числа 5 и суммы чисел 12,8 и 3,4;

.....

.....

б) разность между числом 46,3 и суммой чисел 12,6 и 3,4;

.....

.....

в) произведение суммы чисел 12,8 и 8,2 и их разности;

.....

.....

г) сумма произведения чисел 8,4 и 6 и их частного.

.....

.....

5. Покажите с помощью стрелки, каким числом — положительным, отрицательным или нулём — является значение выражения:

$-8,4 : (-4)$	положительное число	$-5,6 : (-1) - 12$
$-18,7 : 19,6$		$-2 - (-1,6 : 2)$
$1,8 : 2 - 0,9$	нуль	$(0,6 - 0,7) \cdot 0$
$-1 + (-1,6 : 2)$	отрицательное число	$0,8 - (-7,2 : 9)$

6. Из пункта А вышли одновременно два пешехода и пошли по шоссе — один со скоростью 5 км/ч, а другой со скоростью 4,5 км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч, если известно, что пешеходы: а) пошли в одном направлении; б) пошли в противоположных направлениях?

а)

б)

Ответ: а) б)

7. Антон наметил решить за лето 40 шахматных задач. В июне он решил 20% этих задач, в июле — 25% остатка. Сколько задач осталось решить Антону в августе?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Подчеркните те из приведённых выражений, которые не имеют смысла:

$$\frac{15}{12,6 - 34},$$

$$\frac{8}{3 \cdot 0,4 - 1,2},$$

$$\frac{7,6 - 3,8 \cdot 2}{6,3 - 7},$$

$$\frac{2,7 + 1,3}{-7,2 + 3,6 \cdot 2},$$

$$\frac{17,1 - 27,1}{-6,18 + 3 \cdot 2,06},$$

$$\frac{-12,3 + 4,1 \cdot 3}{7,26 - 2 \cdot 3,13}.$$

9. Мастер может выполнить задание за 6 ч, а его ученик — за 8 ч. За какое время выполнят они это задание, работая совместно?

Решение. За 1 ч мастер выполняет часть задания, а его ученик часть задания. Работая совместно, они выполнят за 1 ч, т. е. часть задания. Значит, всё задание они выполнят за ч.

Ответ:

II

10. Чему равна сумма всех целых чисел от -142 до 144?

Ответ:

11. Чему равно произведение всех целых чисел от -176 до 184?

Ответ:

12. В стакане содержится 180 г сладкого чая, а в кружке — 240 г. Известно, что в стакан положили 30 г сахарного песка, а в кружку — 50 г. Вера любит сладкий чай. Что ей выбрать — стакан или кружку?

Решение. Концентрация раствора сахара в стакане равна

$$\frac{30}{180} \cdot 100\% = \frac{1}{6} \cdot 100\% = 16\frac{2}{3}\%.$$

Концентрация раствора сахара в кружке равна

Ответ:

13. В овощную палатку завезли картофель. В первый день продали 30% всего картофеля, а во второй день — 20% остатка. Требуется оценить, сколько процентов от завезённого количества составляет картофель, оставшийся после двух дней продажи. Выберите верный ответ.

1. 50% 2. Более 50% 3. Менее 50%
4. Оценить нельзя, не зная количества завезённого картофеля

14. Через первую трубу бассейн можно наполнить за 4 ч, через вторую — за 6 ч, через третью — за 5 ч. За какое время можно наполнить бассейн, если открыть три трубы?

Решение.

.....

.....

.....

.....

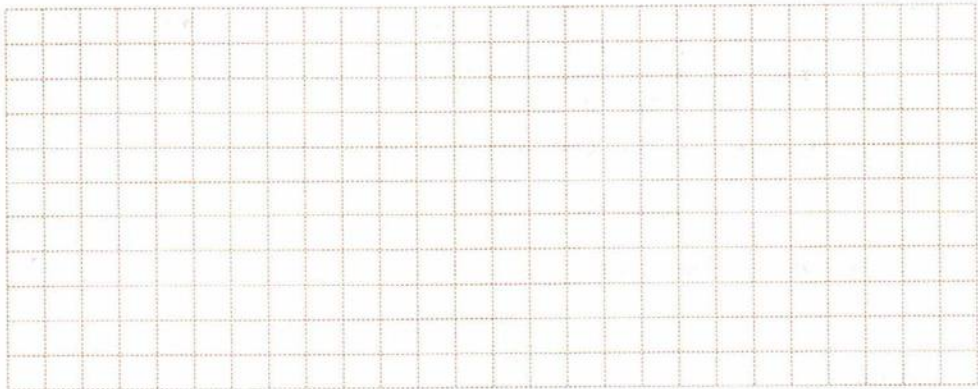
.....

Ответ:

15. Найдите значение выражения:

а) $3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - \frac{1}{3 - 1}}}$;

б) $3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 - \frac{1}{3}}}$.



16. Из 25 членов математического кружка каждый принял участие в школьной или городской олимпиаде. При этом 23 члена кружка участвовали в школьной олимпиаде, а 16 — в городской. Найдите, сколько процентов всех членов кружка участвовало в двух олимпиадах.

Решение.

Ответ:

2.

ВЫРАЖЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. Найдите значение выражения $5c - 6$ при указанных значениях c :

если $c = 11$, то $5c - 6 =$

если $c = -6$, то $5c - 6 =$

если $c = 0$, то $5c - 6 =$

2. Заполните таблицу:

x	-6	-4	-2	0	2	4	6
$4x - 2$		-18					

3. Закончите запись:

если $a = 3$, $b = 1$, то $5a + 4b =$

если $a = 0$, $b = -1,5$, то $12a - 10b =$

4. Заполните таблицу:

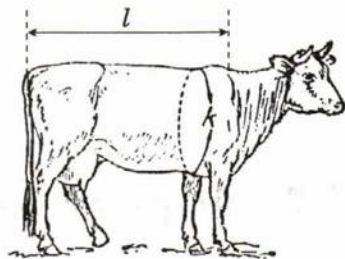
x	-3	-1	0	2	3	4
y	-2	0	4	6	8	10
$x + 3y$		-1				

5. Последовательность составлена следующим образом: если a — некоторый член последовательности, b — следующий за ним член, то $b = -3a$. Зная первый член последовательности, продолжите запись, заканчивая шестым членом:

4,

6. Живой вес коровы (в килограммах) вычисляется приближённо по формуле

$p = \frac{lk}{50}$, где l см — длина спины от холки до хвоста, k см — обхват около лопаток. Найдите живой вес коровы, если $l = 110$, $k = 150$.



.....
.....

Ответ:

7. Формула $f = 1,8c + 3,2$ позволяет переходить от температуры c , измеренной в градусах Цельсия, к температуре f , измеренной в градусах Фаренгейта. Пользуясь этой формулой, заполните таблицу:

c	-20	-10	-5	0	5	10	20
f			-5,8				

.....
.....
.....
.....
.....
.....

8. Скорость звука в воздухе v (в метрах в секунду) может быть найдена по формуле $v = 331 + 0,6t$, где t — температура воздуха (в градусах Цельсия). Вычислите v , если:

$t = -10$, $v =$

$t = 0$, $v =$

$t = 20$, $v =$

II

9. Тетрадь стоит a р., а блокнот — b р., причём $b > a$. Запишите, что означает выражение:

а) $5a + b$ —

б) $b - a$ —

в) $13a - b$ —

10. Запишите формулу числа, кратного 11:

Выпишите все трёхзначные числа, кратные 11 и не превосходящие 200:

.....
.....

11. Используя таблицу квадратов натуральных чисел, найдите значение выражения $n^2 - 36$ при указанных значениях n :

если $n = 6,5$, то $n^2 - 36 = 42,25 - 36 = 6,25$

если $n = 7,1$, то $n^2 - 36 =$

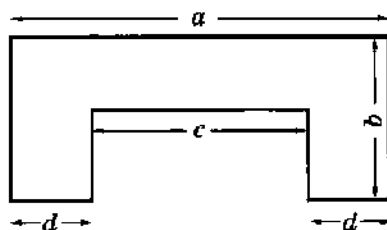
если $n = -8,2$, то $n^2 - 36 =$

12. Укажите все натуральные значения n , при которых значение выражения $47 - 3n$ кратно 5:

.....

13. Составьте какое-либо выражение для вычисления площади фигуры, изображённой на рисунке.

.....



14. В сплаве золота и серебра массой 150 г содержалось x г золота. В сплав добавили ещё 10 г золота. Найдите процентное содержание золота в первоначальном и новом сплаве.

В первоначальном сплаве процентное содержание золота равно

.....

В новом сплаве процентное содержание золота равно

15. В 250 г водного раствора соли, содержащего a г соли, добавили ещё 5 г соли. Найдите концентрацию первоначального и нового раствора соли.

Концентрация первоначального раствора равна

Концентрация нового раствора равна

16. Техническое перевооружение цеха дало возможность выпускать в сутки n станков вместо m станков, выпускаемых первоначально ($n > m$). Составьте формулу, позволяющую определить, на сколько процентов увеличился выпуск станков в сутки.

.....

17. Решая некоторые задачи из геометрии и механики, Архимед вывел формулу

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

Пользуясь этой формулой, найдите сумму $1^2 + 2^2 + \dots + 7^2$.

.....

Проверьте ответ, выполнив сложение квадратов чисел от 1 до 7 включительно.

.....

3. СРАВНЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ

I

1. Сравните числа. Результат сравнения запишите с помощью знака $>$, $<$ или $=$:

а) $3,6 \square 3\frac{2}{3}$;

б) $-6,7 \square -6\frac{1}{2}$;

в) $5,08 \square 5\frac{2}{25}$;

г) $-3\frac{1}{6} \square -3,2$.

2. Поставьте знак $>$ или $<$, чтобы получилось верное неравенство:

а) $85,15 \cdot \frac{1}{5} \square 85,15 : \frac{1}{5}$;

б) $12,06 - 1,95 \square 12,06 - 3,18$;

в) $10,02 : 0,5 \square 10,02 \cdot 0,5$;

г) $2,4 - 12,04 \square 12,04 - 2,4$.

3. Из чисел $-2\frac{1}{3}$, $-2,5$, $-2\frac{1}{7}$, $-2,4$, $-2,01$ выберите наибольшее.

Ответ:

4. Из чисел $-1\frac{1}{6}$, $-1\frac{1}{3}$, $-1,7$, $-1,3$, $-1,2$ выберите наименьшее.

Ответ:

5. Расположите в порядке возрастания числа $-6\frac{1}{3}$, $-2,7$, $-2\frac{1}{3}$, $-5,5$, 0 , -2 :

6. Расположите в порядке убывания числа $-16,5$, $-12\frac{1}{3}$, -24 , 0 , -1 , $-1,5$:

7. Сравнивая значения выражений, ученик допустил ошибку. Найдите её и исправьте:

а) $6,8 - 3,16 < 6,8 + 3,16$;

б) $16\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} < 16\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$;

в) $8\frac{1}{3} \cdot 3 > 8\frac{1}{3} : 3$;

г) $7,2 \cdot 0,25 > 7,2 : 0,25$.

Ответ: ошибка допущена в задании, должен быть знак

8. Найдите значения выражений $2a(a+2)$ и $3a(a+1)$ при $a=-3,5$ и сравните их.

$$2a(a+2) = \dots\dots\dots$$

$$3a(a+1) = \dots\dots\dots$$

Значение первого выражения $\dots\dots\dots$, чем значение второго.

9. Запишите в виде двойного неравенства:

a — неотрицательное число, меньшее 1: $0 \leq a < 1$

а) b — отрицательное число, большее -1 :

б) число d больше или равно -4 и меньше 11:

в) число c больше 12 и не превосходит 20:

II

10. Ученикам предложили указать какое-либо число, заключённое между числами $-2,4$ и $-2,3$. Получили такие ответы:

а) $-2,4 < -2,38 < -2,3$; б) $-2,4 < -2\frac{1}{3} < -2,3$;

в) $-2,4 < -2\frac{1}{7} < -2,3$; г) $-2,4 < -2\frac{7}{20} < -2,3$.

Один из учеников допустил ошибку. Найдите её.

Ответ: ошибка допущена в задании $\dots\dots\dots$.

11. Укажите три каких-либо числа, заключённых между числами $-0,6$ и $-0,5$, два из которых записаны в виде десятичных дробей, а одно — в виде обыкновенной дроби. Ответ запишите в виде двойных неравенств:

$$-0,6 < \dots\dots\dots < -0,5; \quad -0,6 < \dots\dots\dots < -0,5;$$

$$-0,6 < \dots\dots\dots < -0,5.$$

12. Сравните с единицей значение выражения и покажите результат сравнения с помощью стрелки.

$$-\frac{1}{105} : \left(-\frac{1}{107}\right)$$

меньше 1

$$-0,25 : \left(-\frac{1}{4}\right)$$

$$\frac{6}{7} + \frac{1}{14}$$

равно 1

$$-\frac{10}{11} + \frac{5}{6}$$

$$-1\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$$

больше 1

$$-0,75 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$$

13. Имеются два раствора соли. В 100 г первого раствора содержится 6 г соли, а в 250 г второго раствора содержится 8 г соли. Концентрация какого из растворов больше?

Концентрация первого раствора равна

Концентрация второго раствора равна

Ответ:

14. Цену на товар сначала повысили на 15%, а затем снизили на 15%. Первоначальная цена товара составляла x р., а окончательная y р. Сравните числа x и y . Выберите верный ответ.

1. $x > y$

2. $x = y$

3. $x < y$

4. Сравнить нельзя, так как неизвестно значение x

15. Сравните площадь прямоугольника со сторонами 12 см и 36 см с площадью квадрата, имеющего тот же периметр.

.....

Ответ:

16. Точками на прямой отмечены числа a, b, c, d . Около каждой точки запишите соответствующее число, если известно, что $a > c, d < c, b < d$.



4.

СВОЙСТВА ДЕЙСТВИЙ НАД ЧИСЛАМИ

I

1. Вычислите наиболее удобным способом значение выражения:

$$134 \cdot \frac{1}{17} - 66 \cdot \frac{1}{17} = \frac{1}{17} (134 - 66) = \frac{1}{17} \cdot 68 = 4$$

а) $\frac{1}{6} \cdot 1,79 - 0,35 \cdot \frac{1}{6} = \dots\dots\dots$

б) $1,75 \cdot 17 + 1,75 \cdot 3 = \dots\dots\dots$

2. Закончите вычисление значения суммы и укажите свойства сложения, которые были использованы:

$$8,37 + 5,4 + 2,63 + 6,6 = (8,37 + 2,63) + (5,4 + 6,6) = \dots\dots\dots$$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

3. Чему равна сумма всех целых чисел от -210 до 212 включительно?
- $\dots\dots\dots$
- $\dots\dots\dots$

Какие свойства сложения были использованы при ответе на вопрос?

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4. Найдите значение выражения:

$$0,25 \cdot 4 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 10 = \dots\dots\dots$$

5. Верно ли утверждение:

- а) чтобы умножить сумму двух чисел на некоторое число, достаточно умножить на это число каждое слагаемое и результаты сложить;
- б) чтобы умножить разность двух чисел на некоторое число, достаточно умножить на это число уменьшаемое и вычитаемое и из первого произведения вычесть второе;
- в) чтобы умножить произведение двух чисел на некоторое число, достаточно умножить на это число каждый множитель и результаты перемножить?

Ответ: а) б) в)

6. Какими числами являются значения выражений $(2x - 3y)(7x - 4y)$ и $(3y - 2x)(4y - 7x)$, если x, y — любые числа, отличные от нуля? Выберите верный ответ.

- 1. Противоположными 2. Обратными 3. Равными
- 4. Ответ зависит от значений x и y

7. Вычислите значение выражения, используя распределительное свойство умножения:

$$24 \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{12} \right) - 35 \cdot \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{5} \right) = \dots\dots\dots$$

8. Вычислите значение выражения, используя сочетательное свойство умножения:

$$0,2 \cdot 5 - \frac{1}{7} \cdot (-10) \cdot 14 = \dots\dots\dots$$

II

9. Укажите все простые числа, которые являются делителями числа a , если:

$$a = 31 \cdot 17 + 17 \cdot 13 = 17 \cdot (31 + 13) = 17 \cdot 44$$

Искомые числа: 2, 11, 17

а) $a = 21 \cdot 47 - 13 \cdot 21 = \dots\dots\dots$

Искомые числа:

б) $a = 34 \cdot 13 + 12 \cdot 34 =$

Искомые числа:

10. Докажите, что значение выражения $17 \cdot 22 + 8 \cdot 44$ делится на 121.

.....
.....

11. Найдите значение выражения $8,7 \cdot 5,2 + 7,8 \cdot 8,7 - 13 \cdot 1,7$.

.....
.....

12. Вычислите значение выражения $(40 \cdot 1,9 \cdot 1,25 - 19 \cdot 13) : 0,8$.

.....
.....
.....

13. а) Проверьте, верны ли равенства:

$$\frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5};$$

$$\frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6};$$

$$\frac{1}{6 \cdot 7} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7}.$$

.....
.....
.....

- б) Найдите значение выражения $\frac{1}{7 \cdot 8} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \frac{1}{9 \cdot 10}$, заменяя каждую дробь вида $\frac{1}{n(n+1)}$ разностью дробей $\frac{1}{n}$ и $\frac{1}{n+1}$.

.....
.....

I

1. Являются ли тождественно равными выражения:

а) $xy + a$ и $a + xy$;

б) $a - 4b$ и $4b - a$;

в) $13a - 13b$ и $13(a - b)$;

г) $4(x + 1)$ и $4x$?

Ответ: а) б) в) г)

2. Подчеркните выражения, тождественно равные выражению $5x - 5y$:

$5(x - y)$, $-5(y - x)$, $5x - y$, $5y - 5x$, $-5y + 5x$, $0,5(10x - 10y)$.

3. Какое из равенств не является тождеством:

а) $12ab + 6ac = 6a(2b + c)$;

б) $p(2b + 1) = 2bp + p$;

в) $14xy - xy = 13xy$;

г) $6(a - a) + 4a = 10a$?

Ответ:

4. Выполните приведение подобных слагаемых:

а) $6a - y + a - 5y =$

б) $31x - b - 7x - b =$

в) $-16x + 13y - 4x + 7y =$

г) $0,5a - 0,2b + a - b =$

5. Выполняя приведение подобных слагаемых, ученик допустил ошибку. Найдите её и исправьте:

а) $16a - 6b + a + b = 17a - 5b$;

б) $1,4x + 1,6x - y - x = 2x - y$;

в) $15a - 1,5b + a - b = 16a - 2,5b$;

г) $0,12x - y - 0,11x + 4y = x + 3y$.

Ответ: ошибка допущена в задании, после приведения подобных слагаемых получается выражение

6. Упростите выражение:

а) $(12 - 3a) + (5a - 1) = 12 - 3a + 5a - 1 =$

б) $(6p - 4) - (2 - p) =$

7. Упростите выражение $(5p - 1) - (p + 4) + (7p - 3)$ и найдите его значение при $p = 0,7$.

.....

.....

.....

8. Андрей нашёл n грибов. Игорь нашёл на 3 гриба меньше, а Денис — вдвое больше того, что нашли Андрей и Игорь вместе. Сколько грибов нашли три мальчика?

Решение.

.....

.....

.....

Ответ:

9. Зависит ли от a значение выражения $12(a - 8) - 3(6 + 4a)$?

$12(a - 8) - 3(6 + 4a) =$

.....

Ответ:

10. Покажите с помощью стрелок, какие из выражений тождественно равны выражению $3a - 2b$.

$3a - (a + b)$

$3(a - b) + b$

$2(a - b) + a$

$3a - 2b$

$5(a + b) - 2a$

$3(a + b) - 5b$

$b - 3(b - a)$

II

11. Ученикам было предложено составить формулу для нахождения площади S фигуры, изображённой на рисунке 1, а. Один из учеников достроил фигуру до квадрата (рис. 1, б) и получил формулу $S = a^2 - b^2$. Другой ученик разбил фигуру на два прямоугольника (рис. 1, в) и получил формулу $S = a(a - b) + b(a - b)$. Докажите, что выражения, записанные в правой части каждой из полученных формул, тождественно равны.

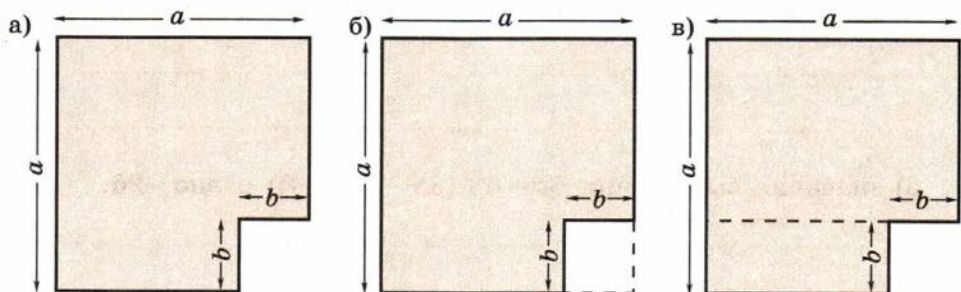


Рис. 1

12. После приведения подобных слагаемых знаки $+$ и $-$, стоящие в исходном выражении, оказались стёртыми. Восстановите их:

а) $3y \square 6y \square 4y \square 2y = -y$; б) $6a \square 5b \square 6b \square 2a = 4a - b$.

13. Верно ли утверждение, что при любом натуральном n значение выражения $11(2n + 1) - 9(n - 4) - 21$ делится на 13?

Ответ:

14. Является ли тождеством равенство:

а) $|a^2 + 11| = a^2 + 11$;

б) $|a^2 - 11| = a^2 - 11$;

в) $|x^2 + y^2 + 4| = x^2 + (4 + y^2)$;

г) $|5 - a^2| + |5 + a^2| = 10$?

Ответ: а) б) в) г)

15. Верно ли утверждение, что при любом натуральном n значение выражения $(3n - 5(n + 6)) + 4(n + 9)$ является чётным числом?

Ответ:

- 16. Докажите, что:**

а) значение выражения $6c + 3(4 - 2(c - 5))$ не зависит от c ;

б) значение выражения $5a + 6 + (3a - 8(a + 4))$ равно -26 .

17. Изделие стоило a р. Цену на него сначала повысили на 20%, а затем снизили на 20%. Какова окончательная цена изделия?

Решение. После повышения цены на 20% изделие стало стоить р. Один процент от новой цены составляет р., а 20% составляют р. Значит, окончательная цена равна р.

18. В июле цену на товар снизили на 10%, а в августе — ещё на 10%. Сколько стал стоить этот товар в августе, если в июне он стоил a р.?

Решение.

Ответ:

I

1. Является ли число 5 корнем уравнения:

а) $6x + 1 = 31$;

б) $18 - x = 13$;

в) $(3x - 1)(5x + 2) = 168$;

г) $(6 - x)(15 - 2x) = 25$?

.....

 Ответ: а) б) в) г)

2. Составьте какое-либо уравнение вида $ax = b$, где a и b — некоторые числа:

а) корнем которого является число 8:

б) которое не имеет корней:

в) которое имеет бесконечно много корней:

3. Имеет ли корни уравнение:

а) $2(x + 3) = 2x + 8$;

б) $15y = 32y$;

в) $6(y - 2) = 6y - 12$;

г) $5(2y + 1) = 10y + 6$?

Ответ: а) б) в) г)

4. Подчеркните те уравнения, которые не имеют корней:

$2(x + 7) + 1 = 15$;

$3(x - 1) - 4 = 3x$;

$15(y + 2) = 15y + 15$;

$6(p - 6) = 6p - 36$.

5. Какие из чисел 8, -5, 0, 6, -1, 3 являются корнями уравнения $x^2 - x = 30$?

.....

Ответ:

6. Приведите пример уравнения, которое:

а) имеет один корень:

б) имеет бесконечно много корней:

в) не имеет корней:

7. Найдите корни уравнения:

а) $|x| = 14$;

б) $|x| = 0$;

в) $|x| = -11$.

Ответ: а) б) в)

II

8. При каких значениях b уравнение $|x - 4| = b - 2$:

а) имеет один корень; б) имеет два корня; в) не имеет корней?

Ответ: а) б) в)

9. Сформулируйте свойство уравнений, которое позволяет утверждать, что равносильны уравнения:

а) $17x - 2 = 32$ и $17x = 32 + 2$;

.....
.....
.....
.....

б) $1,8(3x - 1) = 3,6$ и $3x - 1 = 2$.

.....
.....
.....
.....

10. При каких значениях b уравнение $bx - 1 = 16$:

- а) имеет единственный корень; б) не имеет корней?

Ответ: а) б)

11. Равносильны ли уравнения:

- а) $x - 6 = 0$ и $|x| = 6$; б) $13x = 0$ и $x^2 = 0$?

Ответ: а) б)

12. Замените уравнение $0,03x = 7$ равносильным уравнением с целым коэффициентом при x и сформулируйте свойство уравнений, которое было использовано.

Уравнение:

Свойство:

.....
.....
.....
.....
.....

13. Замените уравнение $1,5x - 1 = 29$ равносильным уравнением вида $ax = b$, где a и b — целые числа, и сформулируйте свойства уравнений, которые были использованы.

Уравнение:

Свойства:

.....
.....
.....
.....
.....

I

1. Решите уравнение:

а) $8x = 5$;

б) $\frac{2}{9}x = 0$;

в) $-\frac{1}{3}x = 7$.

Ответ: а) б) в)

2. При каких значениях y значение выражения $6y$ равно:

а) 216;

б) -1;

в) 0;

г) $-\frac{1}{3}$?

а) $6y = 216$;

б)
.....

в)
.....

г)
.....

Ответ: а) б) в) г)

3. Решая уравнение вида $ax = b$, где a и b — некоторые числа, ученик нашёл его корень x . Впишите соответствующее значение a :

а) $x = 16$,
 $x = 2$;

б) $x = -10$,
 $x = 5$;

в) $x = 7$,
 $x = -1$;

г) $x = -45$,
 $x = -9$.

4. При каких натуральных значениях a корнем уравнения $ax = 18$ является натуральное число?Ответ:
.....5. Укажите все целые значения p , при которых корень уравнения $px = -4$ является целым числом.Ответ:
.....

6. Решите уравнение:

а) $7x - 6,3 = 0$;

б) $1 - 9x = 0$;

в) $-x + 4,2 = -0,8$;

г) $16,2 - x = -13,5$.

Ответ: а) б) в) г)

7. При каком значении p значения выражений $3p - 1$ и $5p + 7$:

а) равны;

б) являются противоположными числами?

Ответ: а) $p =$ б) $p =$

8. При каком значении t значение выражения $5t - 1$ на 3,5 больше значения выражения $2 - t$?

Ответ: $t =$

9. Решите уравнение:

а) $(3y - 1) - (2y + 4) + y = 33$;

б) $15x = (6x - 1) - (x + 18)$;

в) $17p - 8 - (p + 7) + 15p = 0$; г) $(6m - 4) - (7m + 7) - m = 1$.

Ответ: а) б) в) г)

10. Найдите корень уравнения:

a) $(18x - 11) - (10x + 6) = 6x$; б) $(0,3y + 1,1) - (0,5y + 1) = 5,6 - y$.

Ответ: а) б)

II

11. Не решая уравнения $-1\frac{1}{7}x = 0,8$, составьте два каких-либо уравнения, равносильных ему.

12. Найдите натуральные значения b , при которых корень уравнения $b(2x - 3) + 3(b - 2) = 16$ является натуральным числом.

Ответ:

13. Существует ли такое значение m , при котором значения выражений $(15 + m) - (2 + 3m)$ и $3(m + 2) - (2 - m)$ являются противоположными числами?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. При каких значениях b уравнение $bx = 3b - 2$:
- а) имеет один корень; б) имеет бесконечно много корней;
в) не имеет корней?

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

15. Укажите три каких-либо значения a , при которых корнем уравнения $ax = \frac{3}{7}$ является натуральное число.

Ответ:

16. При каких значениях p уравнение $px - 1 = 4x + 1$:
- а) имеет один корень; б) имеет бесконечно много корней;
в) не имеет корней?

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

17. При каких значениях k уравнение $kx = 5k - (4k + 1)$:

- а) имеет один корень; б) имеет бесконечно много корней;
в) не имеет корней?

.....
.....
.....

Ответ: а) б) в)

18. Найдите все натуральные значения a , при которых корень уравнения $ax - 16 = 5x - 1$ является натуральным числом.

.....
.....
.....
.....

Ответ:

8.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ УРАВНЕНИЙ

I

1. Составьте выражение по условию задачи.

- а) Основание равнобедренного треугольника равно a см, а боковая сторона равна b см. Найдите боковую сторону треугольника, если известно, что она на 6 см меньше основания.

Ответ: $b =$

- б) Расстояние от посёлка до станции равно b км, что на 5 км больше, чем расстояние от деревни до станции, равное x км. Найдите расстояние от деревни до станции.

Ответ: $x =$

- в) На приготовление домашнего задания по алгебре ученик затратил a мин, а по геометрии — b мин, что на полчаса больше. Сколько времени затратил ученик на выполнение домашнего задания по геометрии?

Ответ: $b =$

2. На верхней полке было x книг, что вдвое меньше, чем на нижней. После того как 10 книг переставили с нижней полки на верхнюю, книг на полках оказалось поровну. Сколько книг было на каждой полке?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

3. За 4 ч моторная лодка проходит по течению реки тот же путь, что за 5 ч по озеру. Определите скорость лодки при движении по озеру, если известно, что скорость течения реки равна 4 км/ч.

Решение. Пусть x км/ч — скорость лодки при движении по озеру.

Заполним таблицу:

	v , км/ч	t , ч	s , км
По озеру	x		
По течению реки	$x + 4$		

Составим уравнение и решим его:

.....

.....

.....

.....

Ответ:

4. Основание равнобедренного треугольника на 7 см меньше боковой стороны, а его периметр равен 41 см. Найдите стороны треугольника.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

5. В танцевальном, хоровом и драматическом кружках занимаются 97 человек, причём в хоровом кружке занимается в полтора раза больше человек, чем в танцевальном, и на 23 человека больше, чем в драматическом. Сколько человек занимается в каждом кружке? Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть в танцевальном кружке занимается x человек.

Тогда в хоровом занимается человек, а в драматическом человек. Всего в трёх кружках занимаются 97 человек. Значит,

.....

7. В доме имеются однокомнатные, двухкомнатные и трёхкомнатные квартиры, причём двухкомнатных квартир вдвое больше, чем однокомнатных, и на 12 больше, чем трёхкомнатных. Определите число квартир каждого вида, если известно, что всего в доме 108 квартир.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. В походе приняли участие три группы туристов. В первую из них вошла $\frac{1}{3}$ всех участников похода, во вторую — на 2 человека меньше, а в третью — остальные 32 участника. Сколько всего туристов участвовало в походе?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

9. Ремонт школы выполняли три бригады рабочих. В первую из них вошло 25% всех рабочих, во вторую — на 5 человек больше, а в третью — остальные 13 человек. Сколько рабочих выполняли ремонт школы?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10. На выполнение домашнего задания Максим затратил 2 ч, причём 30% этого времени ушло на задание по русскому языку, а остальное время — на задания по алгебре и физике. Сколько времени затратил Максим на каждый из этих предметов, если известно, что на алгебру было затрачено на 20 мин больше, чем на физику?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

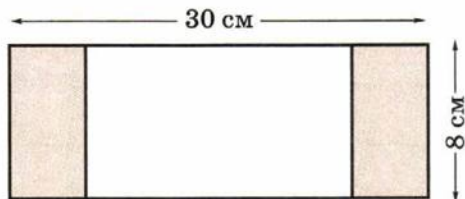
.....

.....

.....

Ответ:

11. От прямоугольного листа картона длиной 30 см и шириной 8 см отрезали с двух сторон два равных прямоугольника, как показано на рисунке. Найдите стороны этих прямоугольников, если известно, что периметр оставшейся части равен 64 см.



Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. Расстояние от посёлка до станции, равное 39 км, велосипедист проехал за 2 ч 30 мин. В течение первых двух часов он ехал с постоянной скоростью, а затем увеличил её на 20%. Найдите первоначальную скорость велосипедиста.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. С трёх участков собрали 456 кг картофеля. Со второго участка собрали на 16% меньше, чем с первого, а с третьего — на 96 кг меньше, чем с первых двух. Сколько картофеля собрали с каждого участка?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Цену на товар повысили сначала на 10%, а затем ещё на 10%, после чего товар стал стоить 1331 р. Найдите первоначальную цену товара.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9.

СРЕДНЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЕ, РАЗМАХ И МОДА

I

1. Статистическое исследование, проведённое в 2007 г., позволило определить долю учащихся школ, пользующихся компьютером с разной периодичностью:
- | | |
|------------------------------|-------|
| 1. Практически не пользуются | 13,1% |
| 2. Один раз в 2—3 месяца | 2,4% |
| 3. Один-два раза в месяц | 5,2% |
| 4. Один-два раза в неделю | 29,6% |
| 5. Практически каждый день | 50,8% |
| 6. Затруднились ответить | 4,9% |
- К какой категории относится наибольшее число учащихся?
- К какой категории относится наименьшее число учащихся?
- К какой категории относишься лично ты?

2. Для ряда данных 17, 15, 21, 38, 22, 43, 17, 19, 20 найдите:
а) среднее арифметическое; б) размах; в) моду.

.....
.....
.....
Ответ: а) б) в)

3. В таблице показано, сколько времени затратил Антон на просмотр телепередач в разные дни определённой недели.

День недели	пн	вт	ср	чт	пт	сб	вс
Время, мин	75	30	120	40	35	150	180

Какова наибольшая затрата времени и на какой день недели она приходится?

Какова наименьшая затрата времени и на какой день недели она приходится?

Каков размах ряда данных?

Сколько времени в день в среднем затрачивал на этой неделе

Антон на просмотр телепередач?

-
.....
.....
4. В телевизионном шоу «Ледниковый период» судьи поставили паре участников следующие оценки: за технику: 5,8; 5,9; 5,7; 5,9; 5,9; за артистизм: 5,9; 6,0; 5,8; 5,9; 5,9. Для каждого ряда данных вычислите с точностью до сотых средний балл.

.....
.....
.....
Укажите, какую статистическую характеристику вы использовали:

5. Отмечая на тренировке число попаданий биатлониста в мишень в каждой серии из 5 выстрелов при стрельбе из положения лёжа, получили такие данные: 3, 5, 4, 5, 3, 2, 4, 4, 5, 5. Определите среднее арифметическое и моду приведённого ряда данных.

.....
.....
Ответ: среднее арифметическое равно, мода равна

6. В таблице было указано число деталей, обработанных за смену токарями цеха. Для ряда данных, приведённых в таблице, нашли среднее арифметическое, размах и моду. Какой смысл имеет каждый из этих показателей?

Среднее арифметическое показывает

.....
Размах ряда показывает

.....
Мода ряда показывает

II

7. Как могут измениться размах и мода ряда чисел, если дополнить его числом, равным наименьшему из чисел ряда?

-
.....
8. В ряду чисел 6, 8, 11, 14, ..., 20 пропущено одно число. Восстановите его, зная, что среднее арифметическое ряда равно 13.

.....
.....
Ответ: пропущено число

9. В ряду чисел 17, 5, 24, ..., 16, 21, 11 пропущено одно число. Найдите его, если известно, что размах ряда равен 36.

Рассмотрим случаи, когда:

- а) пропущено наибольшее число;
б) пропущено наименьшее число.

а) Пусть x — пропущенное число, тогда $x - \dots = 36$.

.....

б) Пусть x — пропущенное число, тогда $\dots - x = 36$.

.....

Ответ: а) пропущено число б) пропущено число

10. К ряду данных, состоящему из 11 чисел, приписали число 48. Найдите среднее арифметическое нового ряда чисел, если известно, что среднее арифметическое исходного ряда равно 28. Заполните таблицу:

	Число членов ряда	Среднее арифметическое	Сумма членов ряда
Было	11	28	
Стало	12		

Составьте уравнение и решите его.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Среднее арифметическое некоторого ряда данных, состоящего из 32 чисел, равно 15. Из этого ряда вычеркнули число 24. Чему равно среднее арифметическое нового ряда?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. Среднее арифметическое ряда данных, состоящего из 22 чисел, равно 38. Из этого ряда вычеркнули числа 37 и 22. Найдите среднее арифметическое нового ряда.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Сведения о возрасте учащихся класса были представлены в виде числового ряда. В этот класс поступил новый ученик, который оказался моложе всех остальных учащихся. Как изменялись при этом следующие статистические характеристики ряда: а) среднее арифметическое; б) размах; в) мода?

а)

б)

в)

14. Средний возраст членов футбольной секции, состоящей из 20 человек, составлял 12,5 года. После того как из секции ушёл двенадцатилетний Саша, а на его место пришёл Юра,

средний возраст членов секции составил 12,6 года. Сколько лет Юре?

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

10.

МЕДИАНА КАК СТАТИСТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА

I

1. Найдите медиану ряда чисел:

а) 17, 18, 19, 23, 27, 31, 37; б) 1,8, 2,4, 5,6, 8,7, 9,8, 10,2.

Ответ: а) б)

2. Найдите медиану ряда чисел 18, 27, 16, 34, 40, 12, 38, 41, представив его в виде упорядоченного ряда.

Упорядоченный ряд:

.....

Медиана равна

3. В упорядоченном ряду данных 57 чисел. Какое число является медианой этого ряда? Выберите верный ответ.

1. Двадцать восьмой член
2. Двадцать девятый член
3. Среднее арифметическое двадцать седьмого и двадцать восьмого членов
4. Среднее арифметическое двадцать восьмого и двадцать девятого членов

4. Для ряда чисел 31,5, 42,4, 74,6, 18,5, 17,8 найдите указанные статистические характеристики:

а) среднее арифметическое:

.....

б) размах:

в) медиана:

5. Отмечая данные о расходе семьёй электроэнергии в каждый из месяцев года, получили такую таблицу:

Месяц	Расход электро- энергии, кВт/ч	Месяц	Расход электро- энергии, кВт/ч
Январь	195	Июль	24
Февраль	184	Август	107
Март	178	Сентябрь	172
Апрель	174	Октябрь	184
Май	157	Ноябрь	186
Июнь	117	Декабрь	192

Найдите медиану полученного ряда данных.

Составим упорядоченный ряд данных:

.....

Медиана равна

6. Ниже указана наибольшая протяжённость лыжных трасс (в метрах) на некоторых базах Подмосковья: 450, 350, 700, 860, 1000, 450, 300, 450, 400. Представьте данные в виде упорядоченного ряда:

.....

Укажите, чему равно:

а) наибольшее значение:

б) наименьшее значение:

в) размах:

г) медиана:

II

7. Ниже указана продолжительность (в днях) начинающих в Москве круизов по рекам России, которые были намечены компанией «Турфлот» на 2010 г.: 12, 10, 3, 4, 4, 4, 8, 4, 3, 8, 7, 9, 9, 7, 19, 9, 6, 6. Представьте данные в виде упорядоченного ряда:
-
-

Укажите:

- а) наибольшую продолжительность круиза:
- б) наименьшую продолжительность круиза:
- в) размах ряда:
- г) моду ряда:
- д) медиану ряда:
8. Учащихся класса попросили отметить время (с точностью до 0,5 ч), затраченное в течение недели на работу с компьютером. Получили такой ряд данных:

3, 0, 2,5, 4, 3,5, 0, 0, 4,5, 5, 1,5, 2,5, 2,

3, 4, 4, 5, 3, 3,5, 2,5, 2,5, 4, 4,5, 0.

Представьте данные в виде упорядоченного ряда:

0, 0, 0, 0, 1,5,

.....

Укажите среднее арифметическое, размах, моду и медиану ряда.
Среднее арифметическое равно

.....

.....

Размах ряда равен

Мода ряда равна

Медиана ряда равна

9. Четырнадцать сотрудников лаборатории приобрели акции некоторого акционерного общества. Данные о числе акций, приобретенных сотрудниками, представлены в виде числового ряда 1, 1, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 85. Для представленного ряда данных найдите среднее арифметическое и медиану. Среднее арифметическое равно

Медиана равна

Какая из этих характеристик лучше описывает реальную ситуацию?

10. Сколько чисел в упорядоченном ряду данных, если известно, что медианой служит:
- а) двадцатый член;
 - б) среднее арифметическое двадцатого и двадцать первого членов?

Ответ: а) б)

11. В упорядоченном ряду данных, состоящем из 10 чисел, наименьшее число уменьшили на 2. Изменится ли при этом и как:
- а) среднее арифметическое; б) размах; в) мода; г) медиана?

Ответ: а)

б)

в)

г)

11. ЧТО ТАКОЕ ФУНКЦИЯ**I**

1. Каждому месяцу года поставили в соответствие число дней в этом месяце. Укажите все месяцы года, для которых соответствующее число дней меньше 31.

Ответ:

2. Значение функции равно удвоенному значению аргумента. Для указанных значений аргумента вычислите соответствующие значения функции:

если $x=7$, то $y=$

если $x=-1,6$, то $y=$

если $x=4\frac{2}{3}$, то $y=$

если $x=0$, то $y=$

3. Автомобиль движется со скоростью 60 км/ч. Путь s км, пройденный автомобилем за t ч, зависит от времени движения.

Задайте формулой зависимость s от t :

Для указанных значений аргумента найдите соответствующие значения функции:

если $t=2$, то $s=$

если $t=3$, то $s=$

если $t=4,5$, то $s=$

4. Площадь прямоугольника с основанием 12 см и высотой a см равна S см². Задайте формулой зависимость S от a :
Выберите три каких-либо значения аргумента и вычислите соответствующие значения функции:

если $a = \dots\dots\dots$ то $S = \dots\dots\dots$

если $a = \dots\dots\dots$ то $S = \dots\dots\dots$

если $a = \dots\dots\dots$ то $S = \dots\dots\dots$

5. Время t ч движения автобуса от пункта A до пункта B , удалённого на расстояние 180 км, зависит от скорости движения. Для указанных значений скорости v км/ч вычислите соответствующее время движения:

если $v = 40$, то $t = \dots\dots\dots$ если $v = 50$, то $t = \dots\dots\dots$

если $v = 60$, то $t = \dots\dots\dots$

6. Основание прямоугольника равно 6 см, его высота равна x см, а периметр — P см. Из данных формул выберите ту, которая задаёт зависимость P от x .

1. $P = 6x$ 2. $P = 6 + x$ 3. $P = 2 \cdot (6 + x)$ 4. $P = 2 \cdot 6 + x$

Для каждого из указанных значений аргумента вычислите по этой формуле соответствующее ему значение функции:

если $x = 3$, то $P = \dots\dots\dots$ если $x = 4,5$, то $P = \dots\dots\dots$

если $x = 12$, то $P = \dots\dots\dots$

II

7. Каждому натуральному числу m поставили в соответствие остаток r от деления этого числа на 5. Для указанных значений m найдите соответствующие значения r :

если $m = 348$, то $r = 3$

если $m = 207$, то $r = \dots\dots\dots$ если $m = 125$, то $r = \dots\dots\dots$

если $m = 1$, то $r = \dots\dots\dots$

8. Функция задана описанием: каждому двузначному числу поставлена в соответствие сумма его цифр. Укажите все значения аргумента, для которых соответствующее значение функции равно 8.

Ответ:

9. Площадь S дм² поверхности куба зависит от величины a дм его ребра. Задайте формулой зависимость S от a :
Для указанных значений аргумента найдите соответствующие значения функции:

если $a = 3$, то $S =$

если $a = 7,5$, то $S =$

если $a = 11$, то $S =$

Определите длину ребра куба, площадь поверхности которого равна:

а) 24 дм²; б) 150 дм².

Ответ: а) б)

10. Функция задана описанием: каждому двузначному числу n , не превосходящему 20, поставлен в соответствие остаток r от деления этого числа на 4. Заполните таблицу:

n	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
r			0	1							

11. Функция задана описанием: каждому натуральному числу n , не превосходящему 10, поставлено в соответствие число m его натуральных делителей. Заполните таблицу:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
m								4		

12. Функция задана таблицей:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	0	3	8	15	24	35	48	63	80

Подберите формулу, которой можно задать эту функцию.

Ответ:

12.

**ВЫЧИСЛЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ
ПО ФОРМУЛЕ**

I

1. Функция задана формулой $y = 4x + 5$. Заполните таблицу:

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y		-1							

2. Найдите область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{1}{x-3}$; б) $y = \frac{2}{x+5}$; в) $y = \frac{2x+3}{6}$.

Ответ: а) б) в)

3. Пусть P см — периметр равностороннего треугольника, а b см — длина его стороны. Задайте формулой зависимость P от b :

Воспользовавшись этой формулой, закончите запись:

если $b = 7$, то $P =$

если $b = 0,2$, то $P =$

если $b = 13,3$, то $P =$

4. Функция задана формулой $y = 0,2x - 5$. Найдите значение аргумента, при котором значение функции равно: а) -3 ; б) 0 .

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

5. Автобус движется со скоростью 40 км/ч. Время, затраченное им на прохождение расстояния s км, зависит от длины пути.

Задайте формулой эту зависимость:

Заполните таблицу:

s , км	20	120	180		280	
t , ч	0,5			5,5		12

6. Масса одного кубического сантиметра свинца равна $11,4$ г. Масса V см³ свинца равна m г. Задайте формулой зависимость:

а) m от V : б) V от m :

7. Функция задана формулой $y = x^2 + 1$. Заполните таблицу:

x	-4	-1,5	0	0,2	1	5
y		3,25				

II

8. При делении натурального числа p на натуральное число q в частном получается 3 , а в остатке 2 . Задайте формулой зависимость q от p :

Найдите три какие-либо пары соответственных значений p и q :

если $p =$ то $q =$

если $p =$ то $q =$

если $p =$ то $q =$

9. Функция задана формулой $y = \frac{1}{x^2 + 2}$, где $-3 \leq x \leq 3$. Составьте таблицу с шагом 1 и заполните её:

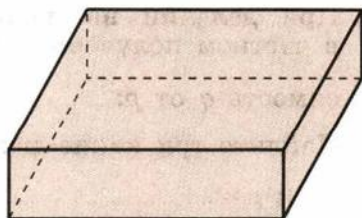
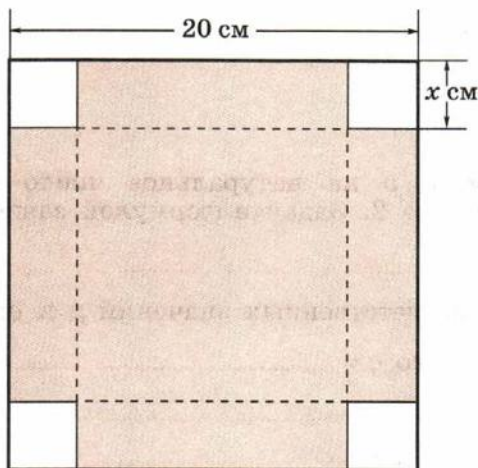
x	-3	-2					
y		$\frac{1}{6}$					

10. Функция задана формулой $y = 3(x - 8)$. Заполните таблицу:

x		10	10,2		18	18,1	20,4
y	0			24		30,3	

$$3(x - 8) = 30,3; \quad x - 8 = 10,1; \quad x = 10,1 + 8 = 18,1$$

11. Лист картона имеет форму квадрата со стороной 20 см. Для изготовления коробки от него отрезают по углам квадраты со стороной x см и загибают края. Задайте формулой зависимость вместимости полученной коробки (V см³) от x :



Вычислите значения V при заданных значениях x :

если $x = 5$, то $V =$

если $x = 4$, то $V =$

если $x = 3$, то $V =$

12. Какова область определения функции, заданной формулой:

а) $y = \frac{5}{x^2 - 9}$; б) $y = \frac{6}{x^2 + 25}$; в) $y = \frac{7}{|x| - 1}$?

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

13. Функция задана формулой $y = -2x + 5$. Заполните таблицу:

x	3					
y	-1	0	1	2	3	5

$-2x + 5 = -1;$ $-2x = -6;$ $x = 3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

14. Функция задана формулой $y = |x - 2| + 6$. Заполните таблицу:

x	-5	-3,5	-1	0	4	8
y	13					

$$y = |-5 - 2| + 6 = |-7| + 6 = 7 + 6 = 13$$

15. В таблице указаны значения аргумента и соответствующие значения функции:

x	-2	-1	0	1	3	5
y	1	0	-1	0	2	4

Из данных формул выберите ту, которая задаёт эту функцию.

1. $y = 3x + 7$ 2. $y = x^2 - 1$ 3. $y = |x| - 1$ 4. $y = x^3 - 2$

16. Функция задана формулой $y = 4x + a$. Заполните таблицу, числив предварительно значение a :

x	-6,1		0	1,2	4,3	5	
y		0,6				23	27

13. ГРАФИК ФУНКЦИИ

I

- Отметьте на координатной плоскости (рис. 2) точки $A(2; 2)$; $B(0; 4)$; $C(-3; 1)$; $D(-5; 0)$; $E(-3; -3)$; $F(4; -1)$; $G(6; -4)$.
- Воспользовавшись рисунком 3, найдите координаты вершин шестиугольника $ABCDEF$.

Ответ: $A(\dots; \dots)$; $B(\dots; \dots)$; $C(\dots; \dots)$; $D(\dots; \dots)$; $E(\dots; \dots)$; $F(\dots; \dots)$.

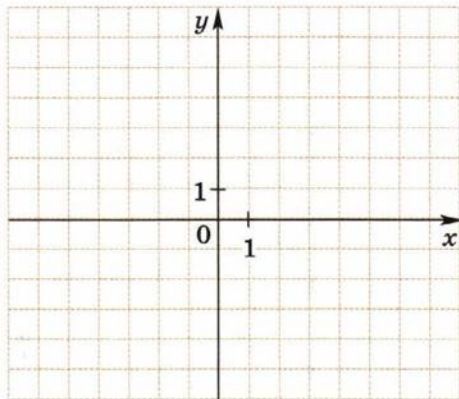


Рис. 2

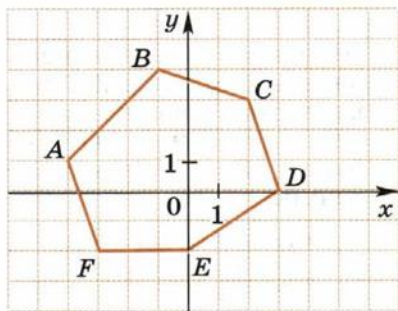
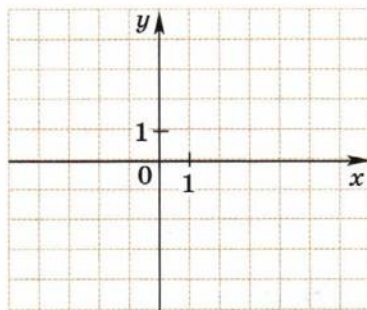


Рис. 3

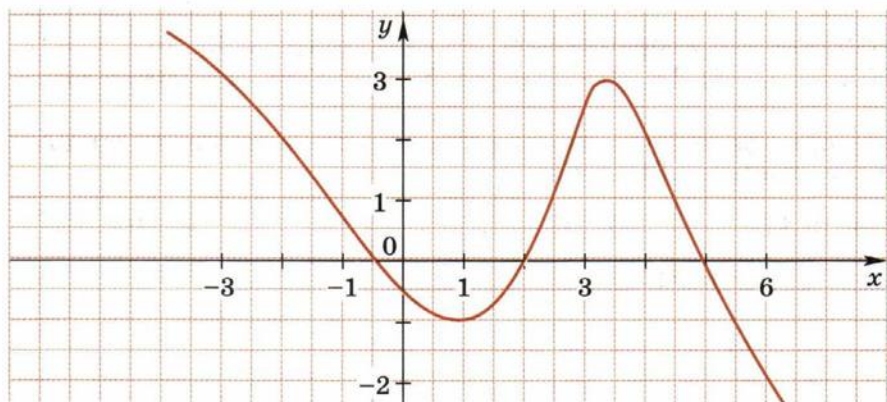
- На координатной плоскости отметьте точку $A(3; 2)$. Постройте:
 - точку B , симметричную точке A относительно оси x ;
 - точку C , симметричную точке A относительно оси y ;
 - точку D , симметричную точке A относительно начала координат.
 Укажите координаты точек B , C и D .

Ответ: $B(\dots; \dots)$; $C(\dots; \dots)$; $D(\dots; \dots)$.



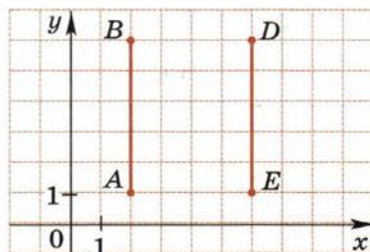
4. Используя график функции, заполните таблицу:

x	-3	-2	1	3	4	4,5	6
y	3						

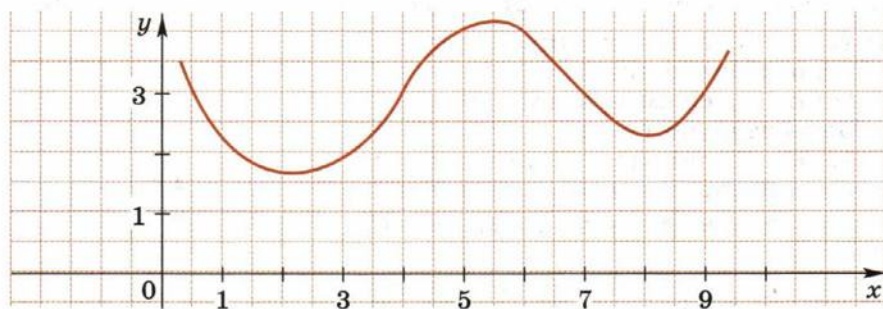


5. На рисунке изображены два параллельных отрезка AB и DE . Отметьте на чертеже какую-либо точку C так, чтобы ломаная $ABCDE$ образовала букву M . Укажите координаты этой точки.

Ответ: $C(\dots\dots; \dots\dots)$.



6. По графику функции, изображённому на рисунке, найдите:
- значение функции при $x = 6$;
 - значения аргумента, при которых $y = 3$.



Ответ: а) б)

7. На рисунке 4 изображены графики двух функций. При каких значениях аргумента значение первой функции равно значению второй?

Ответ:

8. Пользуясь графиком, изображённым на рисунке 5, заполните таблицу:

x	-4	-2	0	3	4	5
y	2					

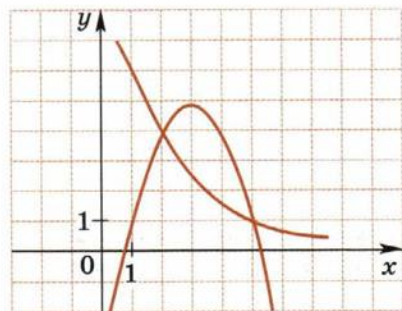


Рис. 4

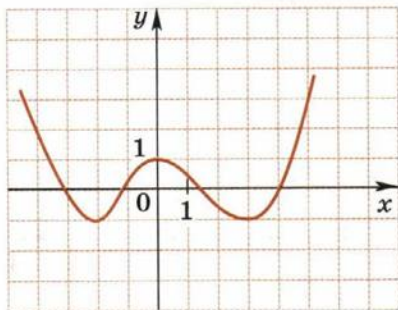


Рис. 5

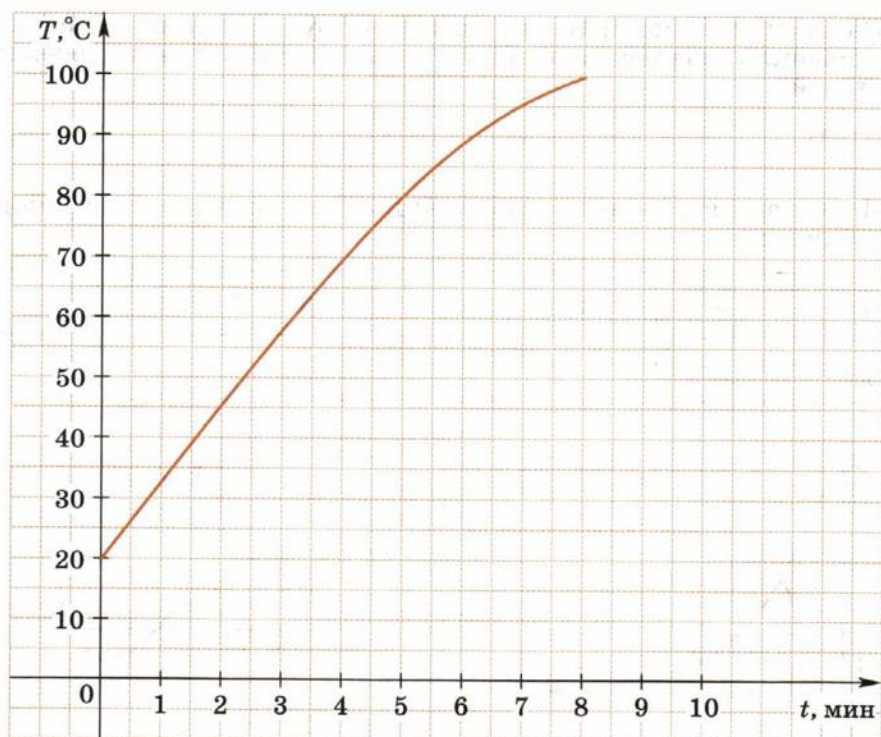
9. Принадлежит ли графику функции, заданной формулой $y = 3x - 5$, точка: а) $A(3; 4)$; б) $B(-2; 11)$; в) $C(-1; -8)$?

Ответ: а) б) в)

10. Вода в чайнике имеет температуру 20° . При нагревании температура воды меняется в зависимости от времени нагревания. На рисунке (см. с. 58) изображён график этой зависимости. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы:

- какую температуру имела вода через 4 мин после начала нагревания; через 7 мин;
- через сколько минут после начала нагревания температура воды стала равной 45°C ; 80°C ;
- через сколько минут вода закипела?

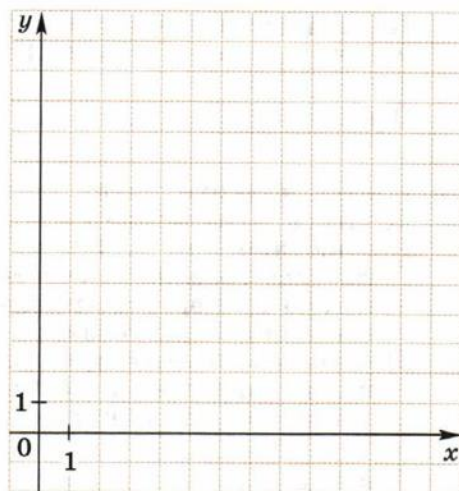
Ответ: а) б) в)



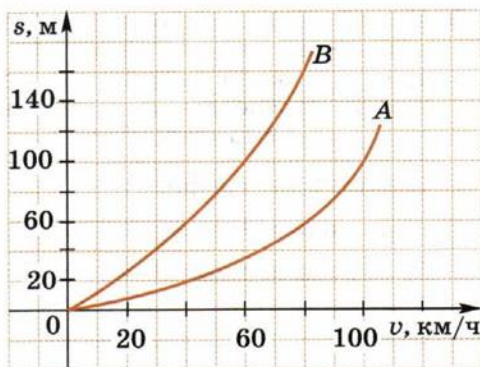
II

11. На координатной плоскости постройте график функции $y = \frac{12}{x}$, где $x > 0$, заполнив таблицу значений:

x	1	1,5	2	3
y				
x	4	6	8	12
y				1



12. Дан график зависимости тормозного пути автомобиля от скорости его движения на сухом асфальте (OA) и на мокром асфальте (OB). На сколько метров тормозной путь на мокром асфальте больше, чем на сухом, при скорости:



а) 40 км/ч; б) 80 км/ч?

Ответ: а)

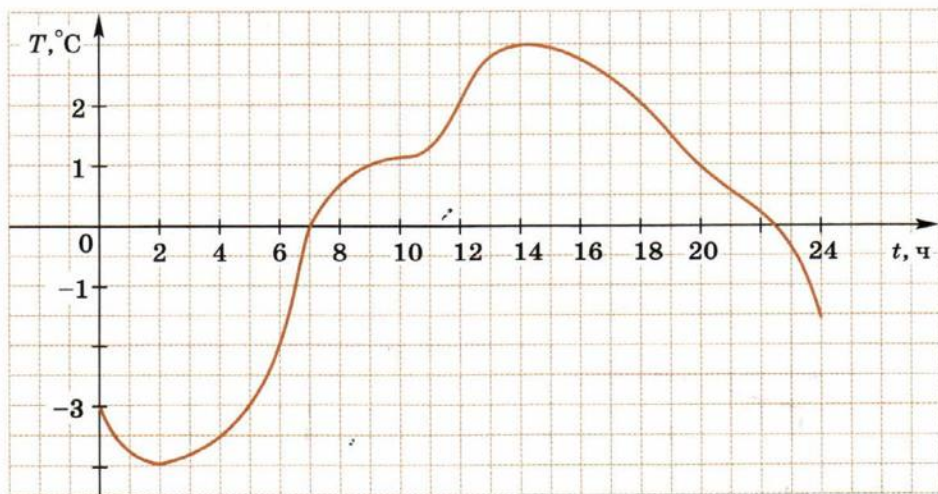
б)

13. Точка $M(1; -2)$ принадлежит графику функции $y = f(x)$. Найдите значение k , если: а) $f(x) = kx - 1$; б) $f(x) = 3x - k$.

Ответ: а) $k =$ б) $k =$

14. На рисунке изображён график изменения температуры воздуха T °C в течение суток. Заполните таблицу:

Время суток, t ч	2	4		7	12		18	20	24
Температура, T °C	-4		-2			3			



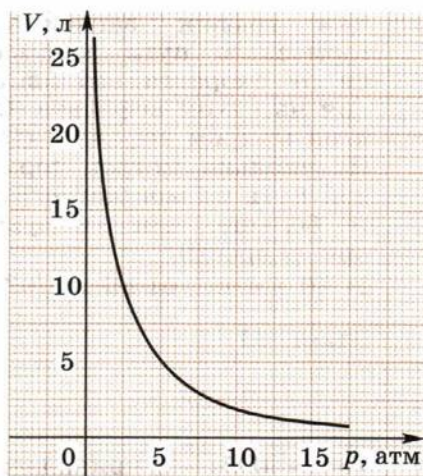
15. На рисунке изображён график изменения объёма газа V (в литрах) в зависимости от изменения соответствующего давления p (в атмосферах).

Найдите по графику:

- а) значения V при $p = 2; 4; 8; 12$;
б) значения p при $V = 3; 4; 8; 20$.

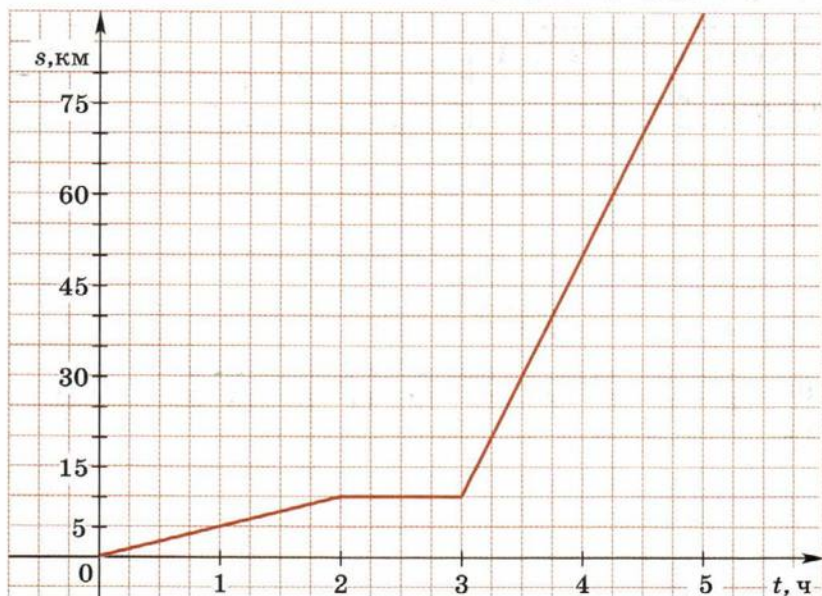
Ответ: а)

б)



16. Дан график движения группы туристов, отправившихся с турбазы в город. Сначала туристы шли по просёлочной дороге до остановки автобуса, а оставшуюся часть пути проехали на автобусе. Пользуясь графиком, ответьте на вопросы:

- а) сколько времени туристы шли по просёлочной дороге;
б) сколько времени туристы ждали автобус;
в) с какой скоростью они шли по просёлочной дороге; по шоссе?



Ответ: а) б) в)

I

1. Является ли прямой пропорциональностью функция, заданная формулой:

а) $y = \frac{x}{2}$; б) $y = x + 2$;

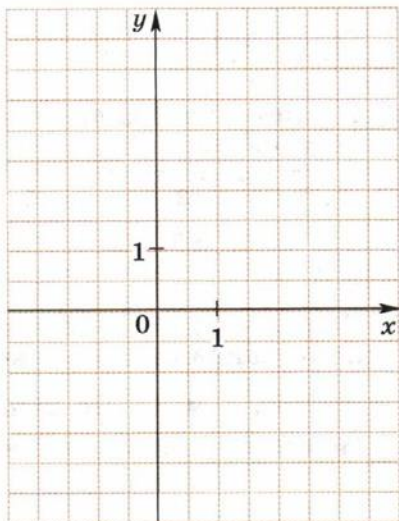
в) $y = -3x$; г) $y = 4x^2$?

Ответ: а) б)

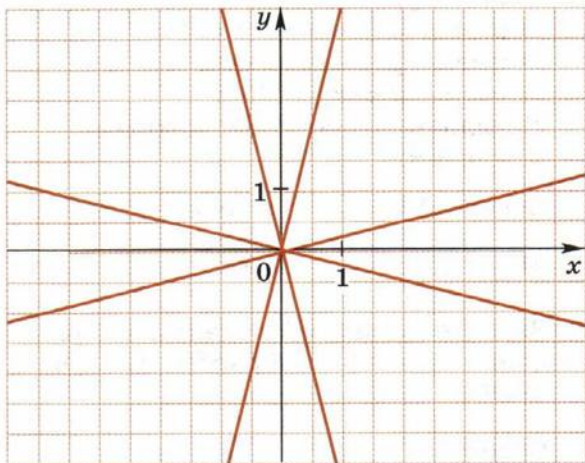
в) г)

2. На координатной плоскости постройте график функции $y = 2,5x$. Принадлежит ли этому графику точка $M(-2; 5)$?

Ответ:



3. На рисунке изображены графики функций $y = 4x$, $y = -4x$, $y = \frac{1}{4}x$, $y = -\frac{1}{4}x$. Около каждого графика напишите соответствующую функцию.



4. Двигаясь со скоростью v км/ч в течение 5 ч, велосипедист проехал s км. Задайте формулой зависимость s от v :
Пользуясь этой формулой, найдите:
а) s , если $v = 15$; б) v , если $s = 60$.

.....
Ответ: а) $s =$ б) $v =$

5. Прямая пропорциональность задана формулой $y = -\frac{1}{5}x$. Заполните таблицу:

x	-3	-2,5	-0,5	0	1	4
y	0,6					

6. Длина участка, имеющего форму прямоугольника, равна a м, а его ширина 30 м. Задайте формулой зависимость площади участка S м² от его длины:
При каком значении длины участка его площадь равна 1200 м²?

.....
Ответ:

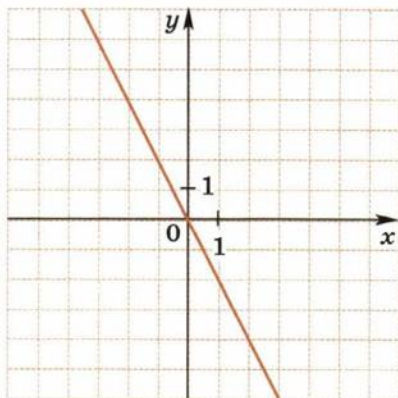
7. При каких значениях коэффициента k абсциссы и ординаты точек, принадлежащих графику функции $y = kx$ и отличных от начала координат:
а) имеют одинаковые знаки;
б) имеют разные знаки;
в) равны между собой;
г) являются противоположными числами?

Ответ: а) $k =$ б) $k =$

в) $k =$ г) $k =$

8. Задайте формулой функцию, график которой изображён на рисунке.

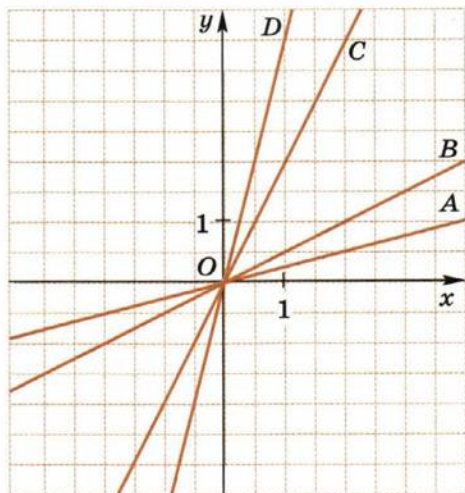
Ответ:



9. При каком значении a точка $A(a; -35)$ принадлежит графику прямой пропорциональности $y = 3,5x$?

Ответ:

10. На рисунке изображены графики четырёх функций. Какой из этих графиков проходит через точку $M(-6; -12)$?



Ответ:

11. В каких координатных четвертях расположен график функции:

а) $y = -\frac{1}{15}x$; б) $y = 0,02x$; в) $y = \left(\frac{1}{7} - 2\right)x$; г) $y = \left(0,8 - \frac{5}{6}\right)x$?

Ответ: а) б) в) г)

II

12. Функция задана формулой $y = kx$. Определите значение коэффициента k и заполните таблицу:

x	-0,2	0	6	8	8,5	10	32
y			-18				

13. Пересекает ли график функции $y = 0,2x$ прямую AB , параллельную оси абсцисс и проходящую через точку $C(0; 1000)$?

Ответ:

14. Мотоциклист едет по шоссе со скоростью 40 км/ч. За t ч он проезжает s км. Задайте формулой зависимость s от t :
Заполните таблицу:

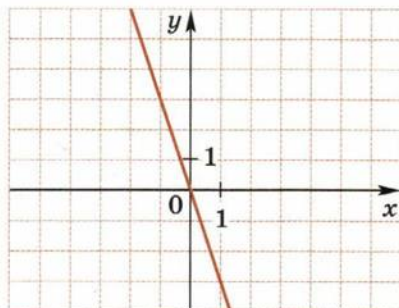
t	1,5					
s	60	80	100	120	140	200

15. Принадлежит ли графику функции, изображённому на рисунке, точка:

- а) $A(-6; 18)$; б) $B(-6; 12)$;
в) $C(6; -18)$; г) $D(0,5; -1,5)$?

Ответ: а) б)

в) г)



16. Найдите наибольшее и наименьшее значения, которые функция принимает при $-1 \leq x \leq 3$, если: а) $y = 5x$; б) $y = -3x$.

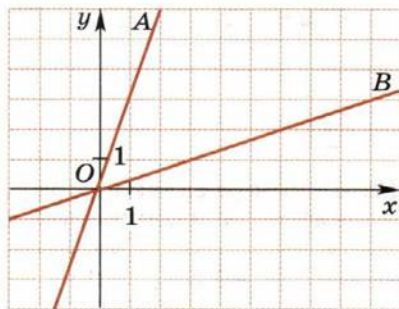
Ответ: а) наибольшее значение; наименьшее значение

б) наибольшее значение; наименьшее значение

17. На рисунке изображены графики двух функций. Задайте каждую из них формулой.

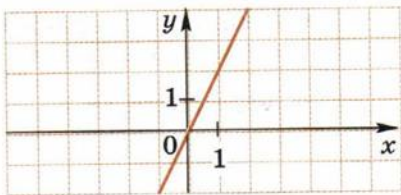
ОА: ОВ:

Укажите какое-либо значение коэффициента k , при котором график функции $y = kx$ расположен внутри острых углов, образованных этими прямыми.



Ответ: $k =$

18. При каких значениях коэффициента k график функции $y=kx$ располагается между прямой, изображённой на рисунке, и осью y ?



Ответ: $k =$

19. Лежат ли на одной прямой, являющейся графиком функции $y=kx$, три точки:

а) (2; 6), (-1; -3), (0,5; 1,5); б) (2; -6), (1; -3), (5; -15);
в) (2; 6), (-1; 3), (0,5; 1,5); г) (2; -4), (-1; 2), (6; -12)?

Ответ: а) б) в) г)

15. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК

I

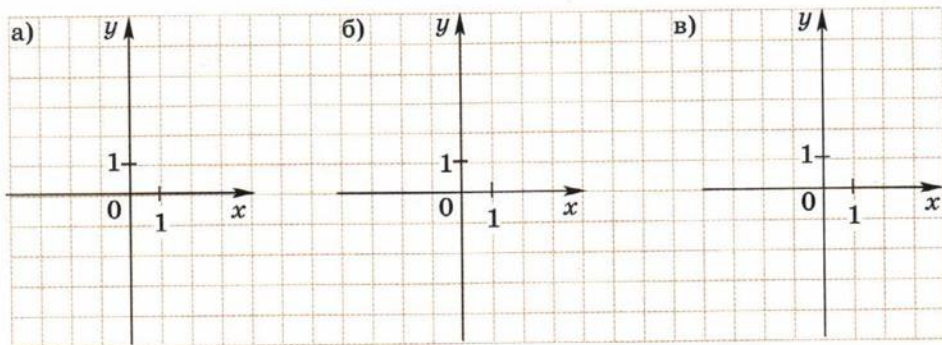
1. Какие из приведённых формул задают линейную функцию:

а) $y = -0,3x$; б) $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{7}x$; в) $y = \frac{16+x^2}{x}$; г) $y = \frac{6x-1}{3}$?

Для каждой линейной функции $y=kx+b$ укажите значение углового коэффициента k .

Ответ:

2. Изобразите схематически на координатной плоскости графики функций: а) $y = 2,5x + 1$; б) $y = -3x - 2$; в) $y = -2x$.



3. Ширина прямоугольного участка x м, а его длина на 2 м больше. Задайте формулами зависимость периметра P и площади S прямоугольника от его ширины:

Какая из этих зависимостей является линейной функцией?

Ответ:

4. На каком из трёх рисунков: 6, а, 6, б или 6, в — изображён график функции $y = ax + b$, если известно, что $a > 0$, $b < 0$?

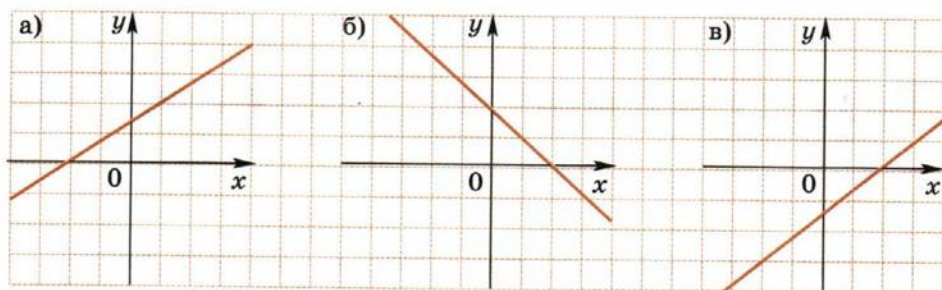


Рис. 6

Ответ:

5. Постройте на координатной плоскости график линейной функции:

а) $y = -2x + 1$; б) $y = 3x - 4$,

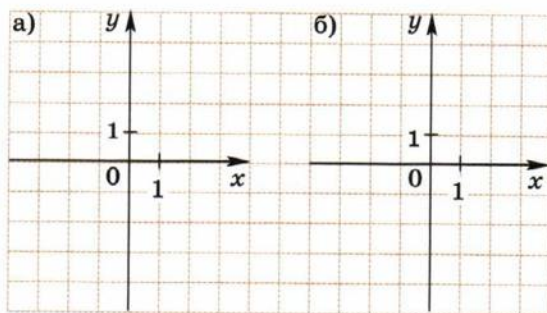
заполнив предварительно таблицы:

а)

x	0	-2
y		

б)

x	0	2
y		



6. Мама дала сыну 100 р. и попросила купить 5 булочек по t р. Мальчик получил сдачу y р. Задайте формулой зависимость

y от t :

Какова область определения полученной линейной функции?

Ответ:

7. Токарь должен был выточить за смену 40 деталей. Однако он перевыполнил план на $x\%$, выточив y деталей. Составьте формулу, выражающую зависимость y от x :

8. Линейные функции заданы формулами $y_1 = 16x - 5$ и $y_2 = 8x + 4$. Заполните таблицу:

x	-2	-1	-0,5	0	1,5	2	4
y_1					19		
y_2					16		

$$y_1 = 16 \cdot 1,5 - 5 = 24 - 5 = 19; \quad y_2 = 8 \cdot 1,5 + 4 = 12 + 4 = 16$$

9. Дана функция $y = \frac{1}{3}x - 4$. Задайте формулой какую-либо линейную функцию, график которой:

а) параллелен графику данной функции:

б) пересекает график данной функции:

10. В какой точке пересекает ось x график функции, заданной формулой: а) $y = 0,2x - 18$; б) $y = -\frac{1}{5}x + 4$?

Ответ: а) б)

11. Из рисунков 7, а, 7, б, 7, в выберите тот, на котором изображён график линейной функции, не содержащий ни одной точки, расположенной в четвёртой координатной четверти.

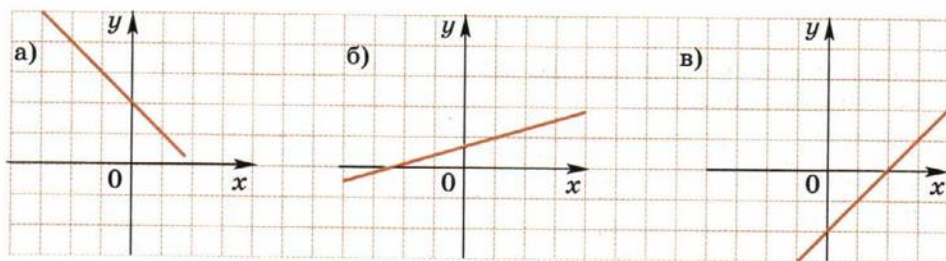


Рис. 7

Ответ:

12. Из четырёх линейных функций выберите две, графики которых параллельны. Подчеркните соответствующие им формулы:

$y = -x + 5$, $y = 2x - 5$, $y = 5 - 2x$, $y = 2 - x$.

II

13. Функция задана формулой $y = -0,5x + 2$. Заполните таблицу:

x	-1		4	6	8		10
y		2			-2	0	

$-0,5x + 2 = -2$; $-0,5x = -4$; $x = 4 : 0,5 = 8$

14. Один из углов треугольника равен b° , другой угол — на 40° больше, а третий угол равен a° . Задайте формулой зависимость a от b (сумма углов треугольника равна 180°):

.....
Является ли эта зависимость линейной функцией?

Какова область определения этой функции?

15. Напишите уравнение функции, график которой симметричен графику функции $y = 5x + 8$:

а) относительно оси y :

б) относительно оси x :

16. Сумма координат каждой точки графика функции $y = kx + b$ равна 6. Укажите значения коэффициентов k и b .

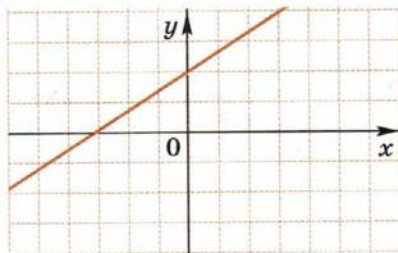
.....
.....

Ответ: $k =$ $b =$

17. На рисунке изображён график функции $y = ax + b$. Постройте:

а) график функции $y = -ax + b$;

б) график функции $y = ax - 2b$.



18. При каких значениях k и b график функции $y = kx + b$ параллелен графику функции $y = 2,5x + 2$ и проходит через точку $A(-1; 3)$?

.....
.....
.....

Ответ: $k =$ $b =$

19. Из пунктов A и B , расстояние между которыми 225 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста. Один велосипедист ехал со скоростью 20 км/ч, а другой — со скоростью 25 км/ч. Через t ч расстояние между ними было s км. Задайте формулой зависимость s от t . Рассмотрите два случая:

- а) велосипедисты ещё не встретились;
б) встреча произошла, но велосипедисты продолжают движение.

а)

б)

Через какое время после начала движения расстояние между велосипедистами станет равным 45 км? Укажите оба ответа.

.....

.....

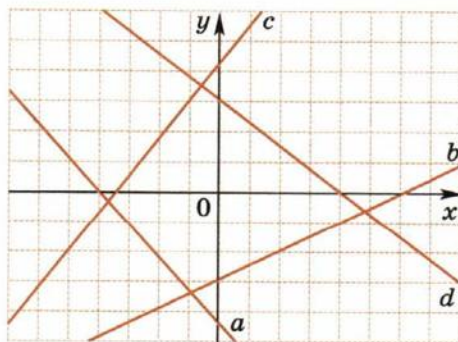
.....

.....

.....

Ответ: а) б)

20. На рисунке изображены графики четырёх функций $y = kx + b$. Выберите те из них, для которых произведение значений k и b положительно.



Ответ:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

16.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СТЕПЕНИ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$, где a — произвольное число,

n — натуральное число, большее 1; $a^1 = a$

I

1. В записи вида a^n :

- а) число a называется
- б) число n называется
- в) выражение a^n называется

2. Представьте произведение в виде степени:

а) $16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 \cdot 16 = \dots$

б) $\underbrace{7 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 7}_{15 \text{ раз}} = \dots$

в) $\underbrace{3y \cdot 3y \cdot \dots \cdot 3y}_{11 \text{ раз}} = \dots$

г) $\underbrace{(-5p) \cdot (-5p) \cdot \dots \cdot (-5p)}_{n \text{ раз}} = \dots$

3. Выполните возведение в степень:

$$3^5 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 243$$

$$(-4)^3 = (-4) \cdot (-4) \cdot (-4) = -64$$

а) $6^3 =$

б) $(-5)^4 =$

в) $(0,1)^3 =$

г) $(-1)^9 =$

4. Заполните таблицу:

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$(-2)^n$					-32			

5. Найдите значение выражения:

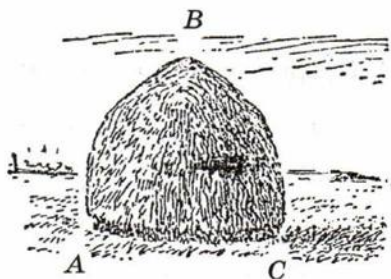
$$3^4 \cdot (-2)^2 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot (-2) \cdot (-2) = 81 \cdot 4 = 324$$

а) $-3 \cdot 2^3 =$

б) $3 \cdot (-2)^3 =$

в) $3^3 \cdot (-2) =$

6. Для подсчёта приближённого значения объёма стога сена (в кубических метрах) пользуются формулой $V = \frac{al^2}{72}$, где l — длина окружности основания стога (в метрах), a — длина «перекидки», т. е. линии ABC (в метрах). Вычислите V , если $l = 12$, $a = 18$.

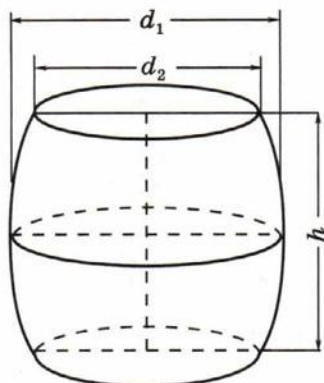


Ответ:

7. Вместимость V бочки вычисляется по формуле

$$V = \frac{\pi}{4} \left(\frac{2d_1 + d_2}{3} \right)^2 \cdot h,$$

где d_1 — диаметр окружности в самом широком месте бочки, d_2 — диаметр каждого из днщ, h — высота бочки. Найдите вместимость бочки, если $d_1 = 9$ дм, $d_2 = 6$ дм, $h = 11$ дм, $\pi \approx 3,14$.



.....

Ответ:

8. Выражение $P(a)$ представили в виде произведения, каждый множитель которого равен a . Сколько множителей в этом произведении, если:

а) $P(a) = a \cdot a^8$; б) $P(a) = a^{16} \cdot a^{12}$; в) $P(a) = a^m \cdot a^n$?

Ответ: а) б) в)

9. Не вычисляя значений выражений a^4 и a^5 , сравните их:

если $a = -80$, то $a^4 > a^5$, так как значение выражения $(-80)^4$ является положительным числом, а $(-80)^5$ — отрицательным числом

а) если $a = 0$, то, так как

.....

б) если $a = 0,4$, то, так как

.....

в) если $a = 17$, то, так как

.....

10. Не вычисляя значения выражения, сравните его с нулём. Результат сравнения покажите с помощью стрелки.

$$(-76)^3 + 76^3$$

меньше нуля

$$(-76)^5 - 76^5$$

равно нулю

$$(-76)^2 + 76$$

больше нуля

$$(-76)^5 - (-76)^2$$

$$(-76)^3 + (-76)$$

$$(-76)^{12} + (-76)^{13}$$

11. Используя калькулятор, выполните возведение в степень:

а) $13^4 =$ б) $27^3 =$

в) $(-15)^4 =$ г) $(-7)^5 =$

12. Найдите с помощью калькулятора значение выражения (ответ округлите до 0,01):

а) $1,5^4 \cdot 3,2 \approx$ б) $5,1 \cdot 4,1^3 \approx$

в) $1,3^3 \cdot 5,4^2 \approx$ г) $2,6^4 \cdot 1,2^3 \approx$

13. Объём V шара вычисляется по формуле $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, где R — радиус шара, $\pi \approx 3,14$. Вычислите с помощью калькулятора объём шара, если $R = 2,5$ см. Ответ округлите до 0,01.

Ответ: $V \approx$

II

14. Фигура состоит из прямоугольника, длина которого втрое больше ширины, и двух полукругов, радиус каждого из которых равен половине ширины прямоугольника. Составьте формулу для вычисления площади S фигуры, если известно, что ширина прямоугольника равна a см (площадь круга равна πR^2 , где R — радиус круга, $\pi \approx 3,14$):

Используя калькулятор, вычислите, чему равна площадь S (с точностью до 0,01), если $a = 15$ см.

Ответ: $S \approx$

15. Подчеркните выражения, которые при любом значении a принимают положительные значения:

a^4 , $(-a)^4 + 1$, $-a^4 + 6$, $(-1 - a)^4$, $(a - 8)^4 + 16$, $(-a - 3)^4 + 1$.

16. Найдите:

а) куб суммы первых пяти простых чисел;

.....
.....

б) сумму кубов первых пяти простых чисел.

.....
.....

Ответ: а) б)

17. Расположите в порядке возрастания числа 3, 333, 3^3 , 3^{33} , 33^3 .

.....

18. Какой цифрой оканчивается значение выражения:

а) $16^7 + 15^3 - 21^4$; б) $26^{25} + 125^3 - 11^7$?

Ответ: а) б)

19. Не вычисляя значения выражения, определите, верно ли утверждение:

а) значение выражения $16^7 + 15^3 - 21^4$ кратно 10;

б) значение выражения $46^3 - 51^2 + 25^5$ кратно 5.

Ответ поясните.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, где a — любое число,

m и n — натуральные числа

$a^m : a^n = a^{m-n}$, где $a \neq 0$,

m и n — натуральные числа, $m > n$

I

1. Выполните умножение степеней с одинаковыми основаниями:

а) $m^2 \cdot m^4 = \dots\dots\dots$ б) $x \cdot x^{15} = \dots\dots\dots$

в) $p^2 \cdot p^3 \cdot p^6 = \dots\dots\dots$ г) $y^4 \cdot y \cdot y^5 \cdot y^7 = \dots\dots\dots$

2. Впишите пропущенный множитель:

а) $12a^5b^4 = 4ab \cdot \dots\dots\dots$ б) $-\frac{1}{3}ab^2 = 6b \cdot \dots\dots\dots$

в) $100a^{11}b^{12} = -25ab \cdot \dots\dots\dots$

3. Представьте выражение в виде произведения двух множителей, один из которых равен $3ab$:

$$3a^2b^3 = 3ab \cdot ab^2$$

а) $12ab^9 = 3ab \cdot \dots\dots\dots$ б) $a^2b = 3ab \cdot \dots\dots\dots$

в) $-15a^{10}b^{50} = 3ab \cdot \dots\dots\dots$

4. Впишите пропущенный множитель:

а) $75x^8y^{11} \cdot \dots\dots\dots = -150x^{10}y^{15}$; б) $\dots\dots\dots \cdot \left(-\frac{1}{8}a^4b\right) = 8a^6b^8$.

5. Выполняя умножение степеней, ученик допустил ошибку. Найдите её и исправьте:

а) $a^7 \cdot (-a)^8 = a^{15}$; б) $-a \cdot a^4 = (-a)^5$;

в) $a^{11} \cdot (-a)^2 = a^{13}$; г) $a^5 \cdot (-a) = (-a)^6$.

Ответ: ошибка допущена в задании $\dots\dots\dots$, в результате умножения получается выражение $\dots\dots\dots$.

6. Представьте выражение a^8 всеми возможными способами в виде произведения двух множителей, каждый из которых является степенью с основанием a .

7. Представьте в виде степени частное:

а) $p^{12} : p^3 =$

б) $c^{36} : c^{12} =$

в) $b^{11} : b =$

г) $a^{100} : a^{99} =$

8. Найдите значение дроби:

а) $\frac{13^7}{13^5} =$

б) $\frac{\left(-1\frac{1}{3}\right)^9}{\left(-1\frac{1}{3}\right)^7} =$

9. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3^{20} \cdot 2^{12}}{3^{18} \cdot 2^{11}} =$

б) $\frac{5^{11} \cdot 3^{14}}{5^{10} \cdot 3^{15}} =$

в) $\frac{2^8 \cdot 2^3}{64} =$

II

10. Представьте выражение a^{5n+2} каким-либо способом в виде:

а) произведения степеней; б) частного степеней.

а) $a^{5n+2} =$

б) $a^{5n+2} =$

Замечание. Здесь и далее подразумевается, что показателем степени является натуральное число.

11. Найдите значение выражения:

а) $0,9^{n+1} : 0,9^{n-1} =$

$$\text{б) } \left(\frac{1}{7}\right)^{n+3} : \left(\frac{1}{7}\right)^{n+1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в) } \left(-\frac{1}{201}\right)^{2n} : \left(-\frac{1}{201}\right)^{2n-1} = \dots\dots\dots$$

12. Зная, что $3^n = 729$, найдите значение выражения:

$$\text{а) } 3^{n+1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б) } 3^{n+2} : 9 = \dots\dots\dots$$

$$\text{в) } 3^{n+3} \cdot \frac{1}{9} = \dots\dots\dots$$

$$\text{г) } 3^{n+4} : 81 = \dots\dots\dots$$

13. Найдите значение выражения:

$$\text{а) } \underbrace{(-1)^n \cdot (-1)^n \cdot \dots \cdot (-1)^n}_{16 \text{ раз}} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б) } \underbrace{(-1)^n \cdot (-1)^n \cdot \dots \cdot (-1)^n}_{9 \text{ раз}} - (-1)^{4n} = \dots\dots\dots$$

14. Представьте произведение в виде степени:

$$\text{а) } x^{m+2} \cdot x^{3+m} \cdot x = \dots\dots\dots$$

$$\text{б) } a^{m+1} \cdot a^4 \cdot a^{2m} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в) } x^{m+3} \cdot x^{2m+1} \cdot x^{4+3m} = \dots\dots\dots$$

15. Зная, что $2^n = a$, найдите значение выражения:

$$\text{а) } 2^{n+2} = \dots\dots\dots$$

$$\text{б) } -2^{n+1} = \dots\dots\dots$$

$$\text{в) } 2^{n+1} \cdot (-1)^7 = \dots\dots\dots$$

$$\text{г) } 2^{n+2} - 9a = \dots\dots\dots$$

$(ab)^n = a^n b^n$, где a и b — любые числа, n — натуральное число
 $(a^m)^n = a^{mn}$, где a — любое число, m и n — натуральные числа

I

1. Выполните возведение в степень:

$$(3m^3n^2)^5 = 3^5 \cdot (m^3)^5 \cdot (n^2)^5 = 243m^{15}n^{10}$$

а) $(-1,2m^2n^6)^2 = \dots\dots\dots$

б) $(-0,2p^8q^2)^3 = \dots\dots\dots$

2. Представьте выражение в виде степени с основанием a :

$$(a^{10})^4 \cdot (a^2)^5 = a^{40} \cdot a^{10} = a^{50}$$

а) $(a^4)^3 \cdot (a^8)^2 = \dots\dots\dots$ б) $(a^6)^3 \cdot (a^3)^5 = \dots\dots\dots$

в) $(a^7)^6 \cdot (a^3)^3 = \dots\dots\dots$

3. Представьте, если возможно, число 7^{12} в виде степени с основанием: 7^2 ; 7^3 ; 7^4 ; 7^5 ; 7^6 ; 7^{10} .

$$7^{12} = (7^2)^6; \dots\dots\dots$$

4. Представьте выражение в виде степени с основанием x :

а) $(x^6)^2 \cdot x^m = \dots\dots\dots$

б) $(x^m)^3 \cdot (x^3)^5 = \dots\dots\dots$

в) $(x^{5m})^4 \cdot x^{m+2} = \dots\dots\dots$

г) $x^{m+1} \cdot (x^{3m})^3 = \dots\dots\dots$

5. Представьте выражение в виде степени с основанием b :

$$(b^{4m} \cdot b^{m+1})^3 = b^{12m} \cdot b^{3m+3} = b^{15m+3}$$

а) $(b^3 \cdot b^{5m+1})^2 = \dots\dots\dots$

б) $(b^{m+4} \cdot b^{2m})^4 = \dots\dots\dots$

6. Зная, что $a^2 = 5p$, найдите:

а) $a^4 = \dots\dots\dots$

б) $-2a^6 = \dots\dots\dots$

в) $-1,7a^8 = \dots\dots\dots$

г) $0,08a^6 = \dots\dots\dots$

7. Представьте выражение a^{18} в виде степеней с четырьмя различными основаниями:

$a^{18} = \dots\dots\dots$

$a^{18} = \dots\dots\dots$

$a^{18} = \dots\dots\dots$

$a^{18} = \dots\dots\dots$

8. Впишите недостающий множитель вида a^m так, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $\dots\dots\dots \cdot (a^2)^3 = a^{10}$;

б) $\dots\dots\dots \cdot (a^7)^2 = a^{15}$;

в) $(a^{12})^2 \cdot \dots\dots\dots = a^{26}$;

г) $(-a^4)^2 \cdot \dots\dots\dots = a^{18}$.

9. Зная, что $4a^3b^2 = m$ при некоторых значениях a и b , найдите, чему равно при тех же значениях a и b значение выражения:

а) $128a^9b^6 = \dots\dots\dots$

б) $a^{12}b^8 = \dots\dots\dots$

10. Пользуясь таблицей квадратов натуральных чисел от 10 до 99, найдите значение выражения:

$$2^{12} = (2^6)^2 = 64^2 = 4096$$

а) $3^8 = \dots\dots\dots$

б) $7^4 - 5^4 = \dots\dots\dots$

в) $3^6 + 4^6 = \dots\dots\dots$

11. Упростите выражение:

$$((2x^3)^2)^4 = (4x^6)^4 = 256x^{24}$$

а) $((-3x^6)^3)^2 =$

б) $((2x^5y^4)^4)^2 =$

в) $((-x^2y^3)^3)^5 =$

12. Найдите значение выражения:

а) $\frac{3^5 \cdot (3^2)^3}{3^{12}} =$

б) $\frac{4^3 \cdot (-2^4)^2}{2^{11}} =$

13. Какой цифрой оканчивается число, равное значению выражения: а) $3^8 + 25$; б) $9^{12} - 1$; в) $6^{15} + 7$?

Ответ обоснуйте.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

14. Является ли целым числом значение выражения:

а) $\frac{41^4 \cdot 35^5 - 2^2}{10}$; б) $\frac{(6^2)^6 \cdot 41^6 - 6^9}{10}$?

Ответ обоснуйте.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

15. Зная, что $m^4 = a$, найдите, чему равно произведение:

$$(m^3)^{10} \cdot (-m)^6 = m^{30} \cdot m^6 = m^{36} = (m^4)^9 = a^9$$

а) $(-m)^{14} \cdot (2m^5)^6 =$

б) $(-m^3)^6 \cdot (-m^2)^3 =$

16. Укажите все пары натуральных значений переменных a и n , при которых верно равенство:

а) $a^n = (2^4)^2$; б) $a^n = (4^2)^3$.

Ответ: а) б)

19. ОДНОЧЛЕН И ЕГО СТАНДАРТНЫЙ ВИД

I

1. Является ли одночленом выражение:

а) $6,5x^8y$; б) $x^3 + y^3$; в) $x \cdot x^5 \cdot x^{10} \cdot x^{20}$; г) $\frac{0,01a^3}{a^2}$?

Ответ: а) б) в) г)

2. Подчеркните одночлены, записанные в стандартном виде:

$5,6x^8y$, $(x^4)^2y^6$, $-x^7y^5$, $(8xy)^3$, $(-1)^5x^{12}y^{17}$, $(-xy)^6 \cdot x^2$, $1,6x^{12}y$.

3. Представьте в стандартном виде одночлен:

а) $\frac{1}{8}a^3bbaccc =$

б) $(-2)a^3 \cdot (-1)a \cdot 0,5a^7 =$

в) $18xy \cdot (-2) \cdot (-1)^4x^3y =$

4. Определите, чему равна степень одночлена:

- а) $-17a^8b^6c$; б) ab^2c^3 ; в) $-3x^2y^8$; г) -11^3y^6 ; д) $0,1xy^4z^6$.

Ответ: а) б) в) г) д)

5. Найдите значение одночлена:

- а) $0,15x^3y^4$ при $x = -1$, $y = 2$;

- б) $-3k^2l^8$ при $k = -1,5$, $l = -1$.

6. Заполните таблицу:

a	-5	-3	-1	0	3	5
b	-2	0	4	6	4	10
$5a^2b$	-250					

$$5 \cdot (-5)^2 \cdot (-2) = 5 \cdot 25 \cdot (-2) = -250$$

7. Представьте одночлен в стандартном виде и укажите, чему равна его степень n :

а) $-17a^2bbc^3c =$, $n =$

б) $-xyxyxy =$, $n =$

в) $6x \cdot (-6x) \cdot (-6x) =$, $n =$

8. Подчеркните одночлены, которые тождественно равны одночлену $75a^3b^4c$.

$$\begin{array}{lll} -25ab^2c \cdot (-3a^2b^2), & (-1)^6 \cdot 75ab \cdot a^2b^3c, & 5abc \cdot (-15a^2b^4), \\ -7,5abc \cdot (-10a^2b^3), & -15a^3c \cdot (3b^4), & -1,5ab^2c \cdot (-3a^2b^3). \end{array}$$

II

9. При каких значениях b значение одночлена $7,5b^2$ равно 30?

Ответ:

10. Составьте все одночлены стандартного вида с переменными a и b и коэффициентом 11, степень которых равна 6.

.....
.....
.....

11. Вычислите с помощью калькулятора значение одночлена (ответ округлите до 0,01):

а) $0,6a^5b$ при $a = 1,8$, $b = 3,7$; б) $-0,2ab^4$ при $a = -1,5$, $b = 1,2$.

Ответ: а) б)

12. Расположите одночлены a^5b^3 , a^4b^4 , a^6b^4 в порядке возрастания их значений при $a = -0,5$, $b = 4$.

.....

13. Верно ли утверждение, что одночлен $(-1)^7a^5b^8$ принимает отрицательные значения:

- а) при положительных значениях a и b ;
б) при отрицательных значениях a и b ;
в) при положительных значениях a и отрицательных значениях b ;
г) при отрицательных значениях a и положительных значениях b ?

Ответ: а) б) в) г)

14. В выражении $7,16a^{2m}b^n$ замените показатели m и n натуральными числами так, чтобы получился одночлен шестой степени. Укажите все возможные способы.

Ответ:

20.

УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНОВ. ВОЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА В СТЕПЕНЬ

I

1. Выполните умножение одночленов:

а) $24a^8c^{10} \cdot (-5a^{10}c) =$

б) $-17xy^3 \cdot (-xy) =$

в) $2,8a^{16}b^{17} \cdot (-4a^2b) =$

2. Представьте, если возможно, одночлен $12x^4y^3$ в виде произведения двух множителей, один из которых равен:

а) $8xy^2$; б) $-xy$; в) $4x^4$; г) $-3y^2$.

а) $12x^4y^3 = 8xy^2 \cdot 1,5x^3y$

3. Выполните возведение одночлена в степень:

а) $(-10x^8b)^3 =$

б) $(0,2x^{16}y^4)^2 =$

в) $(-0,1xy^{16})^2 =$

4. Представьте выражение $64a^{24}b^{18}$ в виде степени тремя различными способами.

5. Известно, что $3a^2 = b$ при некоторых значениях a и b . Чему равно при том же значении a значение выражения: а) $-81a^8$; б) a^{16} ?

Ответ: а) б)

6. Впишите пропущенный показатель степени, зная, что:

- а) одночлен $15a^{\square}(b^4)^2$ является одночленом двенадцатой степени;
б) одночлен $(-2)^2(x^3)^3y^{\square}$ является одночленом пятнадцатой степени.

7. Как изменится вместимость сосуда, имеющего форму куба, если его ребро увеличить в 2 раза?

Выберите верный ответ.

1. Увеличится в 2 раза 2. Увеличится в 4 раза
3. Увеличится в 8 раз 4. Ответ зависит от первоначальной длины ребра

8. Вычислите значение дроби при $a = -4$:

$$\frac{a^9 \cdot a^7}{a^{14}} = \frac{a^{16}}{a^{14}} = a^2 = (-4)^2 = 16$$

а) $\frac{(-a)^6 \cdot (-a)^8}{a^{12}} =$

б) $\frac{a^4 \cdot (-a)^5}{(-a)^7} =$

9. Преобразуйте выражение в одночлен стандартного вида:

а) $-1,5ab \cdot (-0,2) a^3b^6 =$

б) $-1\frac{1}{3}x^4y \cdot 0,75xy^9 =$

в) $\frac{2}{9}ac^3 \cdot (-0,18ac^2) =$

г) $-\frac{1}{13}m^2n^2 \cdot (-mn)^3 =$

Укажите, чему равна степень одночлена: а)

б) в) г)

II

10. Впишите недостающий одночлен так, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $(7a^3b^4)^2 \cdot \dots = 98a^{12}b^9;$

б) $(ab^4)^3 \cdot \dots = 36a^{11}b^{18}.$

11. Выполняя преобразования, ученик пришёл к выводу, что каждое из выражений:

а) $(-3bc)^4 \cdot 3b^4c^7;$ б) $3c^3 \cdot (-3b^2c^2)^4;$

в) $(-bc^2)^3 \cdot (-3bc)^5;$ г) $(-3b^2c^2)^3 \cdot (-3b^2c^5)$

тождественно равно одночлену $243b^8c^{11}$. Прав ли он?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. Представьте каким-либо способом одночлен $75a^9b^8$ в виде произведения двух множителей, один из которых является:

а) квадратом некоторого одночлена с переменными a и b ;

б) кубом некоторого одночлена с переменными a и b .

13. Упростите выражение:

а) $(-a \cdot (-a)^2)^3 =$

б) $(-a^2 \cdot (-a^3))^2 =$

14. Преобразуйте выражение:

$$5a^m b \cdot (-3a^3 b)^4 = 5a^m b \cdot 81a^{12}b^4 = 405a^{m+12}b^5$$

а) $-ab^{2n}(-a^3b^4)^2 =$

б) $-a^4b^{2n+1}(-ab^2)^n =$

в) $a^{n+2}b^3(-ab^4)^6 =$

15. Представьте, если возможно, в виде одночлена выражение:

а) $\frac{3x^7}{2x^4} =$

б) $\frac{5p^7q}{p^8q^2} =$

в) $\frac{12x^{15}}{36x^{12}} =$

г) $\frac{11a^3b^8}{121ab^4} =$

Укажите, какие из данных выражений нельзя представить в виде одночлена:

16. Упростите выражение:

а) $15a^m b^2 \cdot (-a^3 b)^4 =$

б) $-a^6 b^{2n} \cdot (-a^8 b^n)^2 =$

в) $-a^9 b^{2n+4} \cdot (-a^2 b^3)^n =$

г) $a^n b^9 \cdot (-a^n b^6)^6 =$

17. Выполните умножение:

а) $(-3,6x^m y^n) \cdot (4x^{m+2} y^{n+1}) =$

б) $(-0,01a^{m+1} b^n) \cdot (-0,2a^m b^{2n}) =$

в) $\left(-\frac{1}{3}p^m q\right) \cdot (-81p^{m+1} q^n) =$

г) $(-0,12a^{5m} b^{m+2}) \cdot (-0,1a^m b^{m-2}) =$

21. ФУНКЦИИ $y = x^2$ И $y = x^3$ И ИХ ГРАФИКИ

I

1. Заполните таблицу значений функции $y = x^2$:

x	-2,5	-2	-1,5	-1	0	1	1,5	2	2,5
y			2,25						

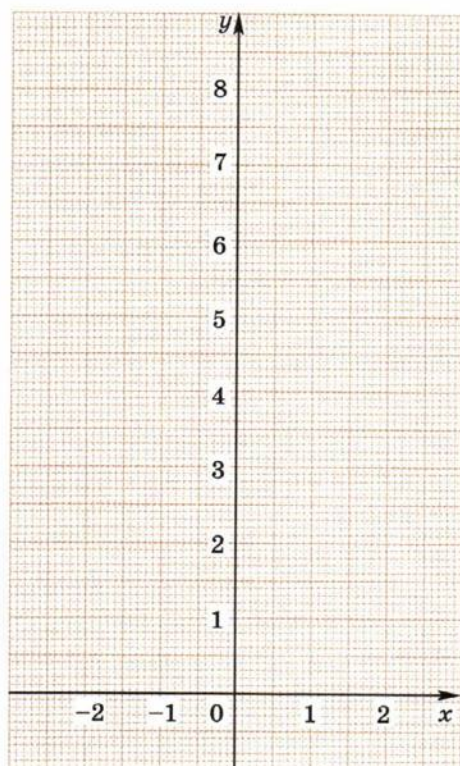


Рис. 8

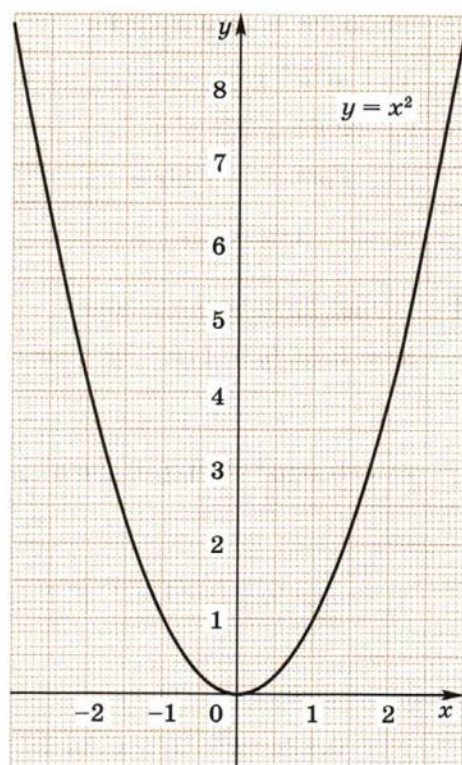


Рис. 9

Отметьте на координатной плоскости (рис. 8) точки, координаты которых занесены в таблицу, и постройте график функции.

2. Пользуясь графиком функции $y = x^2$ (рис. 9), ответьте на вопросы.
 - а) Какие значения принимает переменная x ?
 - б) Какие значения принимает переменная y ?
 - в) При каком значении x функция принимает наименьшее значение?
 - г) Чему равно наименьшее значение функции?
 - д) Принимает ли функция наибольшее значение?
 - е) Как расположен график относительно оси y ?

3. Принадлежит ли графику функции $y = x^2$ точка:
а) $A(-8; 64)$; б) $B(8; -64)$; в) $C(0; 0)$; г) $D(-100; 10\ 000)$?

Ответ: а) б) в) г)

4. Пересекает ли график функции $y = x^2$ заданная прямая? (При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.)

Прямая $y = 81$ пересекает график в точках $(-9; 81)$ и $(9; 81)$

а) $y = -0,01$

б) $y = 10\ 000$

в) $y = -4$

г) $y = 16$

5. Используя график функции $y = x^2$ (см. рис. 9), найдите с точностью до 0,1 корни уравнения: а) $x^2 = 3$; б) $x^2 = 5$.

Ответ: а) б)

6. Заполните таблицу значений функции $y = x^3$, вычисляя их с точностью до 0,1:

x	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
y			-0,1				

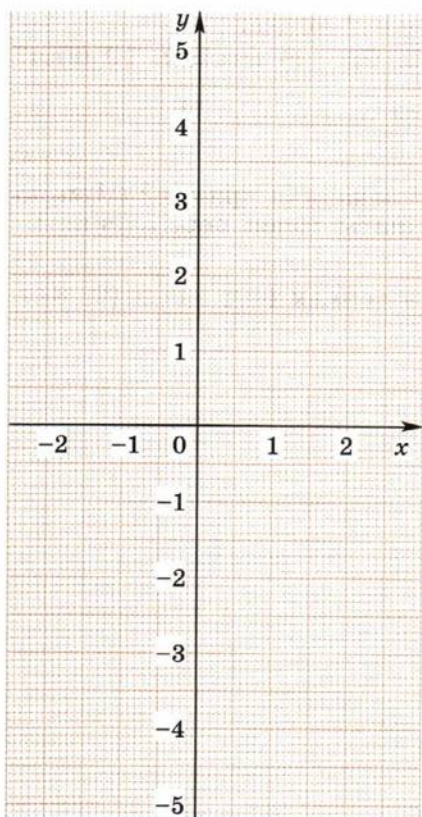


Рис. 10

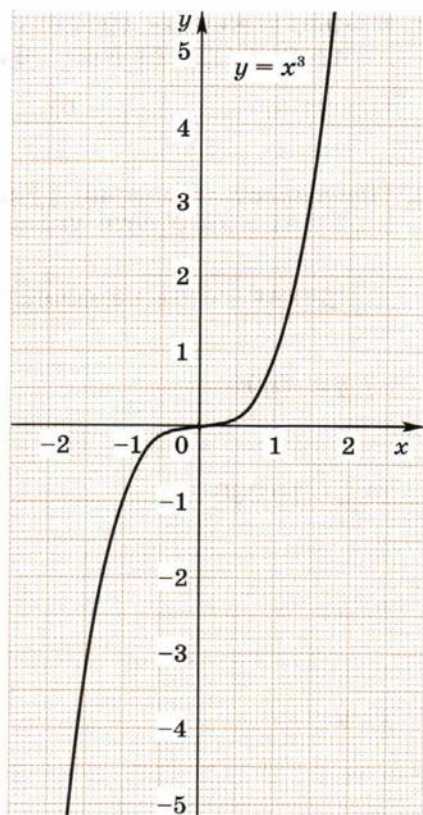


Рис. 11

Отметьте на координатной плоскости (рис. 10) точки, координаты которых занесены в таблицу, и постройте график функции.

7. Пользуясь графиком функции $y = x^3$ (рис. 11), ответьте на вопросы.

а) Какие значения принимает переменная x ?

б) Какие значения принимает переменная y ?

в) Принимает ли функция наименьшее значение?

г) Принимает ли функция наибольшее значение?

д) Как расположен график относительно начала координат?

.....

8. Принадлежит ли графику функции $y = x^3$ точка:
а) $F(-2; -8)$; б) $E(4; 64)$; в) $C(-5; 125)$; г) $M(-0,1; -0,001)$?

Ответ: а) б) в) г)

9. Пересекает ли график функции $y = x^3$ заданная прямая? (При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.)

Прямая $y = 27$ пересекает график в точке $(3; 0)$

а) $y = 1$

б) $y = -8$

в) $y = 0,001$

г) $y = 0,008$

д) $y = 1000$

10. Используя график функции $y = x^3$ (см. рис. 11), найдите с точностью до 0,1 корни уравнения: а) $x^3 = 3$; б) $x^3 = -5$.

Проверьте ответ, выполнив возведение в куб (при необходимости воспользуйтесь калькулятором).

.....

.....

Ответ: а) б)

II

11. Известно, что точка $P(a; b)$, где $a \neq 0$, $b \neq 0$, принадлежит графику функции $y = x^2$. Принадлежит ли графику этой функции точка: а) $F(-a; b)$; б) $M(a; -b)$?

Ответ: а) б)

12. Известно, что точка $F(b; c)$, где $b \neq 0$, $c \neq 0$, принадлежит графику функции $y = x^3$. Из точек $A(b; -c)$, $B(-b; c)$, $D(-b; -c)$ выберите те, которые также принадлежат графику этой функции.

Ответ:

13. Используя график функции $y = x^2$ (рис. 12), решите уравнение:
а) $x^2 = x + 2$; б) $x^2 + x + 1 = 0$.

Ответ: а) б)

14. Используя график функции $y = x^3$ (рис. 13), решите уравнение:
а) $x^3 = -x + 2$; б) $x^3 + x + 1 = 0$.

Ответ: а) б)

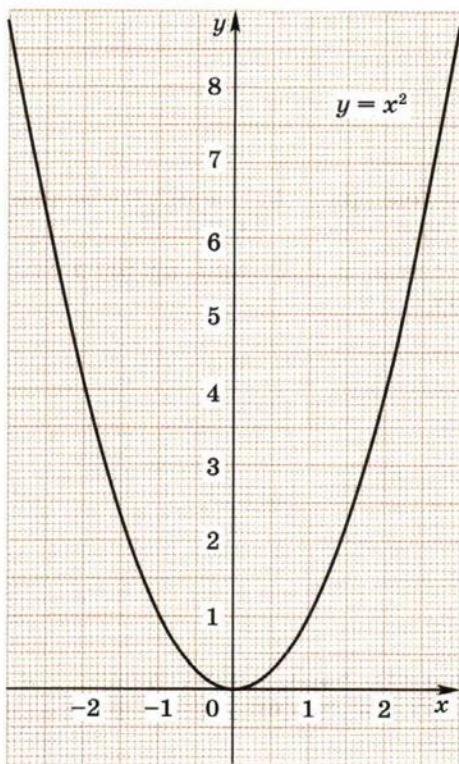


Рис. 12

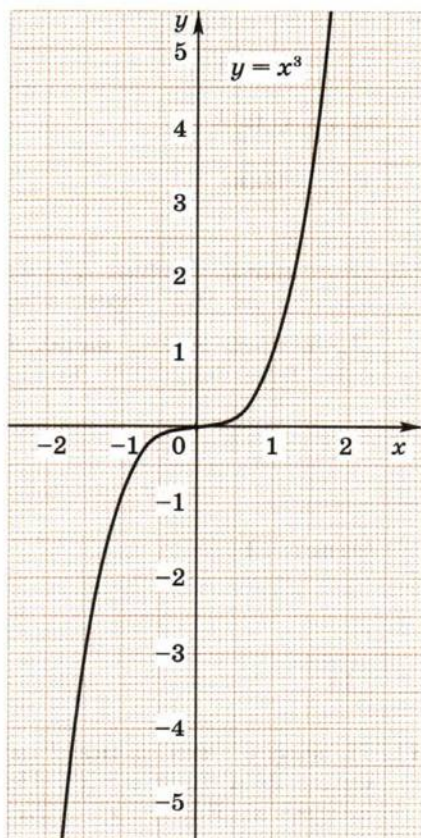
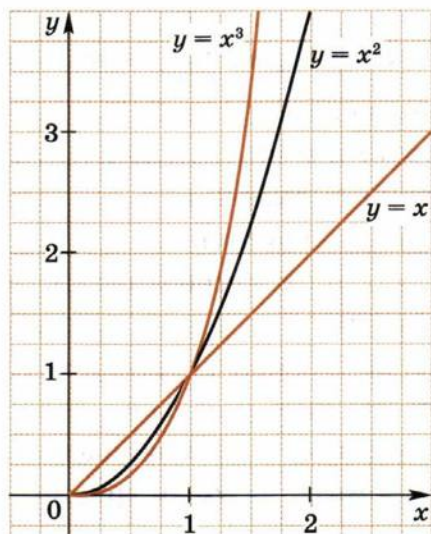


Рис. 13

15. На рисунке построены графики функций $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, где $x \geq 0$. С помощью графиков сравните значения выражений:

- а) $0,42 \square 0,42^2$; б) $0,42 \square 0,42^3$; в) $0,42^2 \square 0,42^3$;
 г) $1,35 \square 1,35^2$; д) $1,35 \square 1,35^3$; е) $1,35^2 \square 1,35^3$.



16. Сколько общих точек имеют графики функций $y = x^2$ и $y = x^3$, построенные в одной системе координат? Выберите верный ответ.

1. Ни одной 2. Одну 3. Две 4. Три

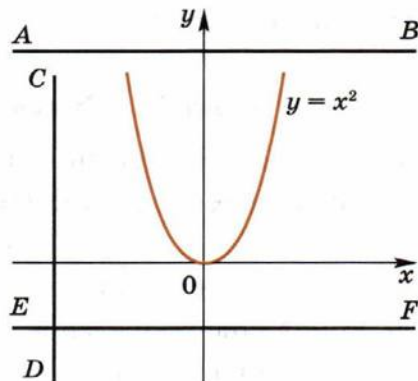
17. На рисунке построен график функции $y = x^2$ и прямые AB , CD , EF . Какие из этих прямых:

- а) не пересекают график;
 б) пересекают график в одной точке;
 в) пересекают график в двух точках?

Ответ: а)

б)

в)



СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
-------------------	---

Глава I. Выражения, тождества, уравнения

1. Числовые выражения	4
2. Выражения с переменными	9
3. Сравнение значений выражений	13
4. Свойства действий над числами	16
5. Тождества. Тождественное преобразование выражений	19
6. Уравнение и его корни	23
7. Линейное уравнение с одной переменной	26
8. Решение задач с помощью уравнений	30
9. Среднее арифметическое, размах и мода	38
10. Медиана как статистическая характеристика	43

Глава II. Функции

11. Что такое функция.....	47
12. Вычисление значений функции по формуле.....	50
13. График функции.....	55
14. Прямая пропорциональность и её график	61
15. Линейная функция и её график	65

Глава III. Степень с натуральным показателем

16. Определение степени с натуральным показателем	71
17. Умножение и деление степеней	76
18. Возведение в степень произведения	79
19. Одночлен и его стандартный вид	82
20. Умножение одночленов. Возведение одночлена в степень....	85
21. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ и их графики	89